



**MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ
FAKULTA**
Univerzita Karlova

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Lucia Magurová

Software pro konstrukční geometrické úlohy

Informatický ústav Univerzity Karlovy

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Ondřej Pangrác, Ph.D.

Studijní program: Informatika

Studijní obor: Programování a softwarové systémy

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracovala samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona.

V dne.....

Podpis

Název práce: Software pro konstrukční geometrické úlohy

Autor: Lucia Magurová

Ústav: Informatický ústav Univerzity Karlovy

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Ondřej Pangrác, Ph.D., Informatický ústav
Univerzity Karlovy

Abstrakt: Práce prezentuje program, pomocí kterého je možné vizualizovat konstrukční úkoly zadané postupem. Je určen zejména pro žáky základních a středních škol. Program byl psán v programovacím jazyce C#, v platformě Windows Forms sloužící k vytvoření grafické aplikace. Inspiruje se softwarem GeoGebra ale zaměřuje se víc na postup konstrukce než samotnou konstrukci. Jeho hlavní složkou je práce se základními geometrickými objekty, jako jsou bod, přímka a kružnice. Dále obsahuje možnost vytváření nových geometrických objektů pomocí již zavedených. Dokáže najít průsečíky dvou základních objektů. Umí najít vícenásobné řešení průsečíků a pracovat s nimi. V práci se nachází i několik příkladů geometrických úloh, jakož i ukázek jejich řešení pomocí aplikace. Práce pojednává také o tom, jak lze program využívat jako výuková pomůcka při výuce ve škole i při domácí přípravě.

Klíčová slova: konstrukční geometrické úlohy, výuková pomůcka, Windows Forms

Title: Software Solution for Geometric Constructions

Author: Lucia Magurová

Department: Computer Science Institute of Charles University

Supervisor: RNDr. Ondřej Pangrác, Ph.D., Computer Science Institute of Charles University

Abstract: The thesis presents the program which can visualize geometric constructions given by the construction steps. It is intended for students of primary and secondary schools. The program was written in the C# program language using the Windows Forms platform designed for creating graphics applications. It is inspired by GeoGebra software but it focuses more on the construction steps than the construction itself. The program's main part works with the basic geometric objects such as point, line and circle. In addition, it contains an option to create new geometric objects based on the previously created ones. It can find the intersections of the two basic objects and work with them. In the thesis there are a few examples of geometric constructions and also the illustrations of their solutions with the application. The thesis discusses how the program can be used as a learning tool in the educational process in schools and at home as well.

Keywords: geometric constructions, educational tool, Windows Forms

Názov práce: Software pre konštrukčné geometrické úlohy

Autor: Lucia Magurová

Ústav: Informatický ústav Univerzity Karlovy

Vedúci bakalárskej práce: RNDr. Ondřej Pangrác, Ph.D., Informatický ústav
Univerzity Karlovy

Abstrakt: Práca prezentuje program, pomocou ktorého je možné vizualizovať konštrukčné úlohy zadané postupom. Je určený najmä pre žiakov základných a stredných škôl. Program bol písaný v programovacom jazyku C#, v platforme Windows Forms slúžiacej na vytvorenie grafickej aplikácie. Inšpiruje sa softvérom GeoGebra, ale zameriava sa viac na postup konštrukcie než samotnú konštrukciu. Jeho hlavnou zložkou je práca so základnými geometrickými objektmi ako sú bod, priamka a kružnica. Ďalej obsahuje možnosť vytvárania nových geometrických objektov pomocou už zavedených. Dokáže nájsť priesečníky dvoch základných objektov a pracovať s nimi. V práci sa nachádza aj niekoľko príkladov geometrických úloh, ako aj ukážok ich riešenia pomocou aplikácie. Práca pojednáva tiež o tom, ako sa dá program využívať ako výučbová pomôcka pri výučbe v škole i pri domácej príprave.

Kľúčové slová: konštrukčné geometrické úlohy, výučbová pomôcka, Windows Forms

Chcela by som poďakovať RNDr. Ondřejovi Pangrácovi, Ph.D. za vedenie tejto práce, odbornú pomoc a trpezlivosť. Ďalej by som rada poďakovala svojej rodine za podporu počas celého štúdia a svojmu priateľovi za obrovskú dávku trpezlivosti a podpory počas nielen písania tejto práce. Moje poďakovanie tiež patrí všetkým, ktorí mi akokoľvek s touto prácou pomohli, či už so samotnou prácou, technickými, alebo organizačnými vecami.

Obsah

Úvod.....	3
Cieľ práce.....	3
Štruktúra práce	4
1 Konštrukčné úlohy	5
1.1 Požiadavky na maturantov z matematiky.....	6
2 GeoGebra	8
2.1 Čo je GeoGebra	8
2.2 Nástroje GeoGebry	8
2.3 Práca s GeoGebrou pomocou postupu konštrukcie.....	9
3 Uživateľská dokumentácia	11
3.1 Požiadavky na zariadenie	11
3.2 Spustenie	11
3.3 Funkcionalita	11
3.3.1 Menu pre konštrukciu	12
3.3.2 Menu pre makro	14
3.3.3 Formuláre pre zápis konštrukcie	18
3.3.4 Nákrešná konštrukcie	23
3.3.5 Potvrdzovacie tlačidlo.....	25
4 Používanie programu	26
4.1 Možnosti nastavení.....	26
4.1.1 Možnosť uloženia konštrukcie	26
4.1.2 Možnosť načítania konštrukcie	26
4.1.3 Zmena spôsobu vypisovania a vykresľovania konštrukcie.....	26
4.1.4 Zmena formy vykresľovania ďalších objektov	27
4.1.5 Vytvorenie nového makra	27
4.1.6 Vypísanie všetkých makier	28
4.1.7 Vykresľovanie pomocných objektov makra	28
4.2 Jazyk pre zápis konštrukcie	28
4.3 Práca s priesečníkmi objektov	34
4.3.1 Priamka a priamka.....	34
4.3.2 Priamka a úsečka (polpriamka).....	34
4.3.3 Úsečka (polpriamka) a úsečka (polpriamka).....	35
4.3.4 Priamka a kružnica.....	35
4.3.5 Úsečka (polpriamka) a kružnica.....	35
4.3.6 Kružnica a kružnica.....	36

5	Príklady použitia programu.....	37
5.1	Zápis postupu pomocou nástrojov.....	37
5.2	Zápis postupu pomocou jazyka	43
5.2.1	Zadania.....	43
5.2.2	Riešenia.....	43
5.3	Úlohy.....	45
6	Programátorská dokumentácia	47
	Záver	49
	Zoznam použitej literatúry	50
	Zoznam obrázkov.....	51
	Prílohy	53

Úvod

S konštrukčnými geometrickými úlohami zvykli mať žiaci vždy pomerne veľké problémy, najmä v porovnaní s inými vyučovanými časťami matematiky. Pravdepodobne je to preto, lebo zatiaľ čo na rátanie rovníc existujú pomerne jednoduché zavedené postupy, ktoré vždy vedú k správne výsledku, konštrukčným úlohám treba trochu rozumieť, ale hlavne ich treba prerátať výrazne viac. Keďže však na konci, a na overenie riešenia, treba výsledok narysovať, môže to žiakov odrádzať od ich opakovaného riešenia. Aj malá zmena v postupe totiž môže viesť k nutnosti rýsovať celú konštrukciu odznova, čo môže byť v prípade komplikovaných a rozsiahlych konštrukcií únavné. A nielen rýsovať treba odznova, ale aj písať celý postup.

Vo všetkých oblastiach života sa vyskytuje rastúci trend používania počítačov a nahrádzania nimi doteraz bežne používaných vecí. Tento jav sa prejavuje aj v školstve, učitelia sa snažia zapájať do výučby tablety, interaktívne tabule, projektory, počítačové hry a aplikácie a využívať ich ako výučbové pomôcky. Pre študentov sú tieto moderné pomôcky atraktívnejšie, pracuje sa im s nimi jednoduchšie a príjemnejšie, keďže ich používajú v každodennom živote. Preto sme sa rozhodli naprogramovať aplikáciu, ktorá by mala slúžiť ako výučbová pomôcka pre konštrukčné úlohy.

Cieľ práce

Táto práca si kladie za cieľ vytvoriť aplikáciu, ktorá dokáže načítať postup konštrukcie a podľa neho konštrukciu zostrojiť. Jej najdôležitejším prvkom je skriptovací jazyk slúžiaci na zápis postupu. Jazyk je dostatočne intuitívny a podobný spôsobom, akými sa zapisuje postup konštrukcie na školách, a zároveň dostatočne ľahko spracovateľný pre kód programu. Aplikácia vie pomocou neho vykresliť konštrukciu. Tiež dokáže toto narysovanie odkrokovat', čiže vykresliť objekty krok po kroku postupu konštrukcie. Aplikácia pracuje so základnými nástrojmi pre nový bod, priamku, polpriamku, úsečku, kružnicu, kružnicový oblúk a uhol. Navyše si vie ukladať a následne používať nové nástroje vytvorené pomocou už existujúcich, napríklad nástroj pre kolmicu, rovnobežku a podobne. Dodatočne vie ukladať či načítavať uložené konštrukcie a ponúkať možnosť nastavovať možnosti vypisovania postupu a vykresľovania konštrukcií.

Štruktúra práce

Kapitola *Konštrukčné úlohy* v krátkosti rozoberá, čo sú konštrukčné úlohy a ako sú vyučované na školách.

V kapitole *GeoGebra* sa hovorí o tom, čo je program GeoGebra, ako sa dá využiť pri konštrukčných úlohách, čo sú jeho prednosti a slabosti, v akých bodoch sme sa ním inšpirovali, a naopak v akých sme sa snažili vydať sa opačnou cestou.

Kapitola *Užívateľská dokumentácia* čitateľovi približuje, aké všetky funkcie program má a ako sa používajú, aj s názornými ukážkami.

Kapitola *Používanie programu* vysvetľuje, ako je možné využívať aplikáciu ako výučbovú pomôcku a ozrejmuje skriptovací jazyk používaný na zápis postupu konštrukcie.

V kapitole *Príklady použitia programu* môžeme vidieť konkrétne príklady a ich riešenia pomocou programu. Tiež tu môžeme nájsť príklady, ktoré sa dajú využiť na precvičovanie konštrukčných úloh.

Kapitola *Programátorská dokumentácia* obsahuje stručný popis tried, ich dôležitých metód a vzťahov medzi nimi.

Zhrnutie a možné rozšírenia nájdeme v kapitole *Záver*.

1 Konštrukčné úlohy

Konštrukčné úlohy sú jednou z cieľových požiadaviek na vedomosti a zručnosti z matematiky na základných a stredných školách. V tejto kapitole sú rozobraté hlavne požiadavky na maturantov, pretože tých je najviac, sú najobširnejšie definované a sú najuniverzálnejšie pre žiakov všetkých škôl oproti požiadavkám na žiakov jednotlivých ročníkov. Navyše sú náročnejšie ako požiadavky na žiakov základných škôl. Konštrukčné úlohy sa skladajú z častí rozbor, náčrt, konštrukcia, postup konštrukcie a diskusia o počte riešení. (1) Náš program cieľi na precvičovanie písania postupov konštrukčných úloh, keďže na zlepšovanie sa v náčrte a samotnej konštrukcie už existujú kvalitné voľne dostupné programy a postup je pre žiakov jednou z najťažších častí konštrukčných úloh. Program tiež názorne ukazuje, či má konštrukcia viac riešení a koľko.

Pri riešení konštrukčných úloh v rovine žiak hľadá a zostrojuje jeden alebo niekoľko neznámych bodov, respektíve množiny bodov. (1) Zostrojiť mu ich umožňujú ich vlastnosti, konkrétne to, že body patria do množiny s danou vlastnosťou. Úlohou žiaka je na tieto vlastnosti prísť a popísať ich. Vyhovujúce body, respektíve množiny bodov, sa vyznačujú tým, že majú aspoň dve rôzne vlastnosti, ktoré sa dajú využiť pri ich hľadaní. Cieľom žiaka je teda nájsť prienik dvoch množín, do ktorých bod patrí.

Ako príklad jednoduchej konštrukčnej úlohy môže byť zostrojiť rovnostranný trojuholník s jednou danou stranou, inak povedané nájsť bod rovnako vzdialený od dvoch daných bodov A a B . Čiže žiak musí nájsť prienik množín bodov, ktoré sú vzdialené od bodu A rovnako ako bod B a naopak. Množina bodov rovnako vzdialená od nejakého bodu je kružnica, v tomto prípade je to kružnica so stredom v bode A , na ktorej leží bod B a naopak. Takže žiak zostrojí dve kružnice a nájde ich prienik, ktorý bude aj riešením.

Môžeme si všimnúť, že celá podstata riešenia geometrických úloh leží na hľadaní prieniku dvoch rôznych množín. Preto sme aj najviac priestoru venovali a venujeme práve práci s prienikom. Tiež môžeme postrehnúť, že v príklade sme našli prienik dvoch kružníc. Kružnice sa môžu buď dotýkať v jednom bode, pretínať v dvoch bodoch, alebo sa nepretínať vôbec. Riešení teda môže existovať viac. V niektorých konštrukčných úlohách môžeme ďalšie riešenia zanedbať, pretože nám neprinášajú nič nové. Napríklad v našom prípade nám druhé riešenie prinieslo len zhodný trojuholník

osovo súmerný s prvým trojuholníkom. V iných zasa musíme brať druhý prienik do úvahy, pretože ho potrebujeme k riešeniu úlohy. Napríklad ak by sme mali nájsť os danej úsečky, mohli by sme postupovať ako doteraz a oba prieniky by určovali priamku – os úsečky. Preto aj práca s prienkmi, najmä ak ich vznikne viac, tvorí veľkú časť programu. Keďže človek dokáže na rozdiel od počítača pracovať pomerne intuitívne, toto tvorilo aj väčšinu problémov, ktoré sme museli riešiť. Tiež je možné vidieť, že niekedy nám nemusí vzniknúť žiadne riešenie. Aj to je treba pri konštrukčných úlohách zohľadniť.

1.1 Požiadavky na maturantov z matematiky

Štátny pedagogický ústav so sídlom v Bratislave definuje cieľové požiadavky na maturantov z matematiky v časti konštrukčných úloh nasledovne. (2)

„Žiak vie

- zdôvodniť postup konštrukcie, t. j. urobiť rozbor jednoduchých konštrukčných úloh, pričom vie použiť
 - nasledujúce základné konštrukcie (*na ktoré sa môže pri opise postupu zložitejších konštrukčných úloh odvolávať bez toho, aby ich podrobne rozpisoval*):
 - rovnobežku s danou priamkou daným bodom,
 - rovnobežku s danou priamkou v predpísanej vzdialenosti,
 - os úsečky, os uhla,
 - priamku, ktorá prechádza daným bodom a zvierá s danou priamkou daný uhol,
 - úsečku dĺžky $\frac{ab}{c}$ (pomocou podobnosti), kde a, b, c sú dĺžky narysovaných úsečiek,
 - rozdeliť úsečku v danom pomere,
 - trojuholník určený:
 - tromi stranami,
 - dvoma stranami a uhlom,
 - dvoma uhlami a stranou,
 - kružnicu
 - trojuholníku opísanú,
 - do trojuholníka vpísanú,

- dotyčnicu kružnice
 - v danom bode kružnice,
 - z daného bodu ležiaceho mimo kružnice,
 - rovnobežnú s danou priamkou,
- stredy rovnol'ahlosti dvoch kružníc a spoločné dotyčnice dvoch kružníc,
- obraz daného bodu, úsečky, priamky, kružnice v danom zhodnom zobrazení, resp. v rovnol'ahlosti,
- množiny bodov daných vlastností,
- pri kreslení náčrtu pri rozборе úlohy rozlíšiť jednotlivé možnosti zadania (*napr. „výška leží v trojuholníku“ a „výška je mimo trojuholníka“*),
- na základe vykonaného (daného) rozboru napísať postup konštrukcie,
- uskutočniť konštrukciu danú popisom,
- určiť počet riešení v prípade číselne zadaných úloh.“

Ako vidíme, najväčší dôraz sa kladie práve na rozbor a postup konštrukcie, ktoré spolu úzko súvisia. Program bol vytvorený tak, aby v ňom mal žiak možnosť všetky tieto požiadavky precvičiť alebo ich otestovať. Z toho vychádzajú aj nástroje používané pre objekty, ktoré sa dajú použiť.

Na vytvorenie každej konštrukčnej úlohy stačí ceruzka, pravítko a kružidlo. Preto aj základ celého programu tvoria nástroje bod, priamka, kružnica a ich upravené podoby ako úsečka, polpriamka a kružnicový oblúk. Pridali sme aj nástroj pre uhol. Uhol je tvorený tromi bodmi (dvomi polpriamkami), avšak existujú veľkosti uhlov, ktoré sa nedajú narysovať bez uhlomera. Uhlomer je v škole pri týchto úlohách často využívaná pomôcka, a preto sme sa ju rozhodli zakomponovať do aplikácie.

Ako vidíme v požiadavkách, žiaci by mali vedieť zostrojiť základné konštrukcie (ako rovnobežku, kolmicu a podobne), ktoré majú následne možnosť v ďalších konštrukčných úlohách využívať bez toho, aby ich museli podrobne rozpisovať. Preto sme vytvorili nástroj makro, ktorý funguje ako takáto konštrukcia. Makro berie vstupné objekty a tvorí z nich výstupné. Každé nové makro si musí žiak sám vytvoriť, čím je zabezpečené, že ho používa len vtedy, ak sa ho už naučil urobiť.

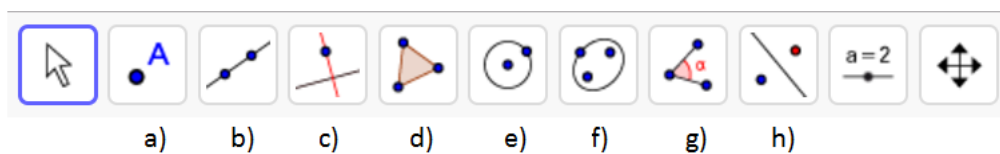
2 GeoGebra

Táto kapitola čitateľovi približuje interaktívny program GeoGebra. Tento program slúži ako výučbová pomôcka pre žiakov základných a stredných škôl pre ľahšie pochopenie a vizualizáciu geometrických úloh. Inšpirovala sa ním funkcionálna program, na ktorý odkazuje táto práca. Program sa snažil nekopírovať ani nerozširovať GeoGebra, ale priniesť novú výučbovú pomôcku, ktorá by žiakom pomohla ľahšie pochopiť a zvládnuť ďalší aspekt geometrických úloh. Zatiaľ čo GeoGebra cieľi hlavne na samotnú konštrukciu, náš program sa snaží žiakom uľahčiť porozumenie vytváraniu a popisu postupu konštrukcie. Všetky informácie a vytvorené obrázky v tejto kapitole sú čerpané z oficiálnej stránky GeoGebry (3).

2.1 Čo je GeoGebra

GeoGebra je open source softvér, ktorý slúži najmä ako výučbová pomôcka na základných a stredných školách. Umožňuje žiakom lepšie pochopiť konštrukčné úlohy, najmä postup a náčrt konštrukcie. Tiež pomáha pochopiť vzťahy medzi geometriou a algebrou, keďže dokáže nakreslený objekt popísať algebrický a naopak z algebrického popisu daný objekt zostrojiť. Vďaka tomu sa používa aj na ľahšie pochopenie analytickej geometrie, keďže dokáže názorne ukázať analytický zápis. Najčastejšie je však využívaný tak, že sa žiaci pomocou grafických nástrojov, ktoré im program ponúka, snažia zostrojiť konštrukciu podľa zadania.

2.2 Nástroje GeoGebry



Obr. 2.1: Nástroje programu GeoGebra

Ako môžeme vidieť z obrázku Obr. 2.1, GeoGebra ponúka hlavne grafické nástroje na prácu s konštrukciou. Konkrétne ponúka:

- a) vytvorenie nového bodu (vrátane bodu na objekte a priesečníku dvoch objektov),

- b) vytvorenie priamky (vždy musí byť daná dvomi bodmi, ak ešte tieto body neexistujú, vytvoria sa pri zostrojovaní priamky), úsečky alebo polpriamky,
- c) vytvorenie kolmice, rovnobežky, osy,
- d) vytvorenie mnohouholníka,
- e) vytvorenie kružnice,
- f) vytvorenie elipsy,
- g) vytvorenie uhla,
- h) zostrojenie útvarov v zhodnom zobrazení.

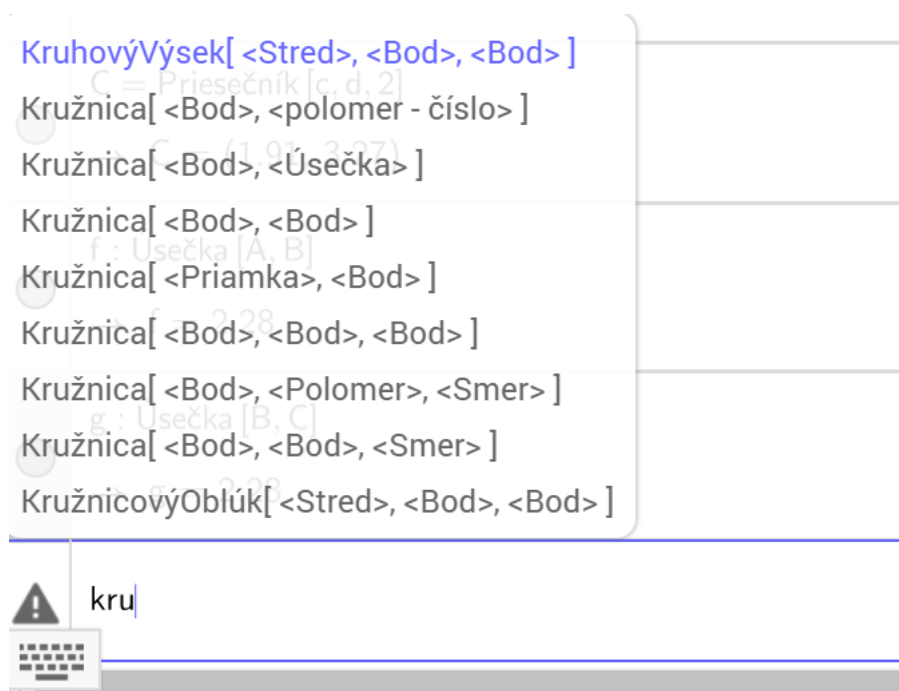
S týmito nástrojmi sa primárne pracuje tak, že si užívateľ vyberie, čo chce použiť, a potom kliknutím na nákresňu daný nástroj použije. Napríklad, ak sa rozhodne pre bod, klikne na nákresňu a nový bod sa vytvorí presne v tom mieste, kde klikol. Pri zostrojovaní priamky musí kliknúť na konkrétne dva body (alebo ich vytvoriť), ktorými chce viesť úsečku. Žiak vie vďaka tomu pochopiť princípy konštrukcie, čo mu samozrejme uľahčí aj zvládnutie postupu, ale samotný postup si len ťažko vyskúša či otestuje.

2.3 Práca s GeoGebrou pomocou postupu konštrukcie

GeoGebra je program, takže samozrejme si musí nejak konštrukciu v pamäti reprezentovať. Pamätá si tiež, v akom konkrétnom poradí boli jednotlivé kroky zapisované, keďže sú na sebe útvary často navzájom závislé. Preto nie je prekvapením, že samotná GeoGebra počas „rysovania“ postup konštrukcie vytvára. Na obrázku Obr. 2.2 vidíme, ako môže postup vyzeráť. Môžeme si všimnúť, že síce sa z neho dá pochopiť, ako konštrukcia vyzerá, ale nepodobá sa na zápis postupu bežne používaný pri výučbe na školách. Tiež mu chýba všeobecnosť, napríklad prvé body majú presne dané súradnice, na ktorých sa nachádzajú, čiže neodpovedajú zadaniu, aké býva na školách, a teda „sú dané dva body“. Na obrázku Obr. 2.3 zase môžeme nahliadnuť, ako vyzerá zápis pre nový objekt, konkrétne kružnicu. Aj keď je tento zápis pomerne intuitívny, viac sa podobá na programovací jazyk. To bolo hlavným motívom, prečo sme sa rozhodli vytvoriť program, ktorý by žiakovi pomohol trénovať zápis a pochopenie postupu konštrukcie tak, ako to vyžadujú osnovy.

●	A = (0.8, 1.28)
●	B = (3.08, 1.32)
●	c : Kružnica [B, A] → c: $(x - 3.08)^2 + (y - 1.32)^2 = 5.2$
●	d : Kružnica [A, B] → d: $(x - 0.8)^2 + (y - 1.28)^2 = 5.2$
●	C = Priesečník [c, d, 2] → C = (1.91, 3.27)
●	f : Úsečka [A, B] → f = 2.28
●	g : Úsečka [B, C] → g = 2.28

Obr. 2.2: Postup konštrukcie v GeoGebre



Obr. 2.3: Vytváranie nového objektu v GeoGebre

3 Užívateľská dokumentácia

Cieľom tejto kapitoly je priblížiť čitateľovi prácu s daným programom. Pomocou názorných ukážok vysvetľuje ovládanie nástrojov. Ovládanie sme sa snažili navrhnuť čo najintuitívnejšie. Nižšie ponúkame jeho prehľad.

3.1 Požiadavky na zariadenie

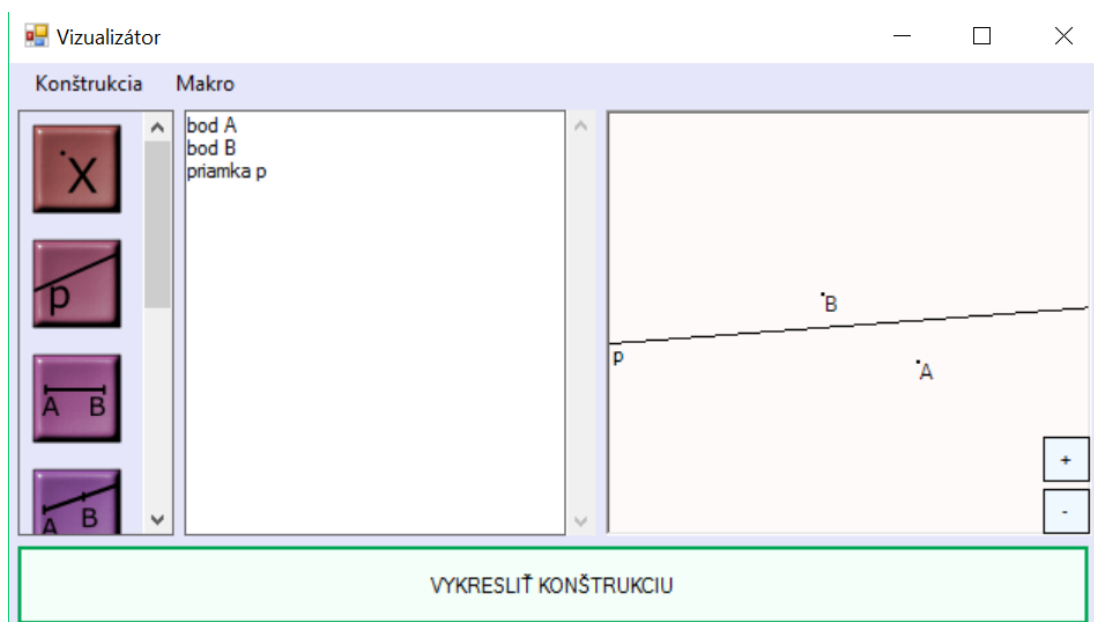
Program je vytvorený pre zariadenia s operačným systémom Windows verzie 7 alebo novšej. Rozhodli sme sa tak, pretože väčšina počítačov v českých a slovenských školách má nainštalovaný tento operačný systém a tiež väčšina domácností vlastní zariadenie s týmto systémom. Problém s prenositeľnosťou programu by mohol riešiť softvér spustiteľný online vo webovom prehliadači. V tomto prípade by však vznikol problém s nedostupnosťou off-line a tiež nutnosť mať program uložený na serveri. Preto nám pripadalo dané riešenie ako najvhodnejšie.

3.2 Spustenie

Pre spustenie si stačí do počítača nahrnúť priečinok *vizualizator* z CD spomenutý v prílohe 3 a spustiť z neho program *vizualizator.exe*. Čo sa týka požiadaviek na zariadenie, je vyžadovaný operačný systém Windows aspoň verzie 7 a .NET Framework 4.5.2 alebo vyššej verzie, ktorý je automaticky inštalovaný a aktualizovaný spolu s operačným systémom.

3.3 Funkcionalita

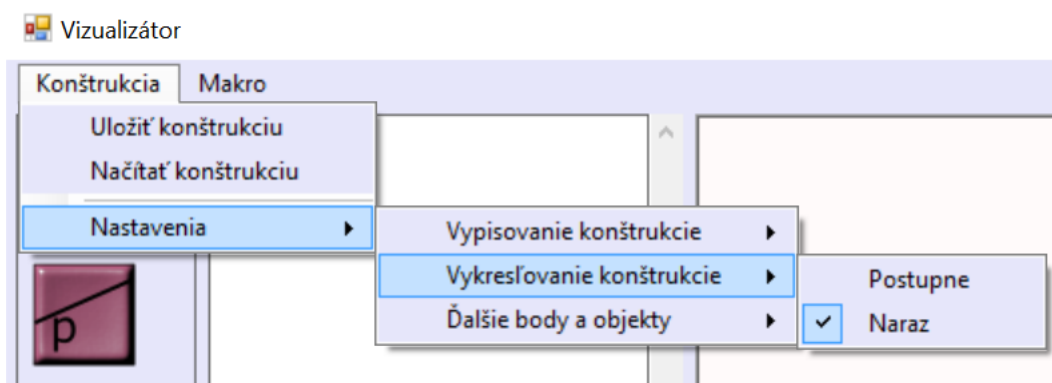
Hneď po spustení programu sa objaví úvodná obrazovka so základnými nástrojmi. Ako vyzerá je možné vidieť na obrázku Obr. 3.1. V hornej časti základné menu pre lepšiu prácu s konštrukciou. Vľavo sa nachádzajú tlačidlá na pridávanie nových objektov do postupu konštrukcie. V strede je textové okno pre body postupu konštrukcie zapísané v jazyku programu. Napravo môžeme vidieť samotné okno pre vykreslenie konštrukcie. Vykreslenie konštrukcie sa vykonáva automaticky na základe postupu. Interaktivita okna je obmedzená len na približovanie, vzdďaľovanie a posúvanie nákrse. Jediný spôsob, ako môže užívateľ meniť zobrazovanú konštrukciu (napríklad aktuálnu polohu bodov), sú príkazy v textovom okne. V dolnej časti okna je tlačidlo, ktorým sa vykreslí konštrukcia, prípadne len jeden krok konštrukcie, podľa nastavení. V tejto kapitole si postupne popíšeme jednotlivé časti programu.



Obr. 3.1: Úvodná obrazovka

3.3.1 Menu pre konštrukciu

Na obrázku Obr. 3.2 môžeme vidieť, ako vyzerá a akú funkcionálnosť má menu. Po kliknutí na danú možnosť sa menu zavrie a začnú sa vykonávať užívateľove inštrukcie.

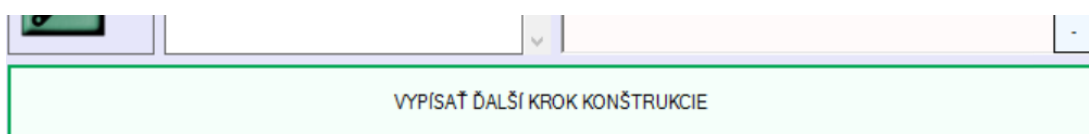


Obr. 3.2: Menu

Napríklad ak užívateľ zvolí možnosť „Uložiť konštrukciu“, otvorí sa dialógové okno pre uloženie súboru a užívateľ bude môcť uložiť postup konštrukcie. Táto funkcionálnosť je užitočná, ak má napríklad rozpracovanú konštrukciu a chce sa k nej vrátiť neskôr. Po uložení sa užívateľovi objaví okno potvrdzujúce úspešné uloženie súboru.

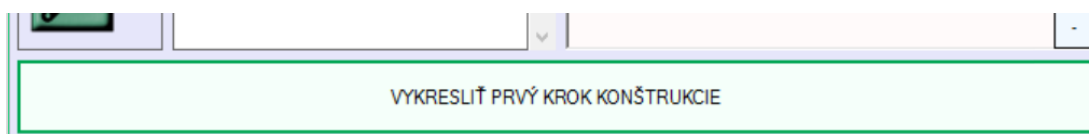
Ak zvolí „Načítať konštrukciu“, otvorí sa znovu dialógové okno, v ktorom sa objavia textové súbory, z ktorých si môže užívateľ vybrať, ktorú konštrukciu chce načítať.

V nastaveniach konštrukcie je možné meniť spôsob vykresľovania či vypisovania konštrukcie. Konkrétne si užívateľ môže zmeniť, či chce vypisovať postup konštrukcie postupne alebo naraz. V prípade, že užívateľ zmení vypisovanie konštrukcie na postupné, po načítaní konštrukcie súboru sa zmení aj spodné tlačidlo, jeho názov a funkcionality. Ako sa zmení je možné vidieť na obrázku Obr. 3.3. Až pri poslednom kroku sa zmení späť na tlačidlo pre vykreslenie konštrukcie.



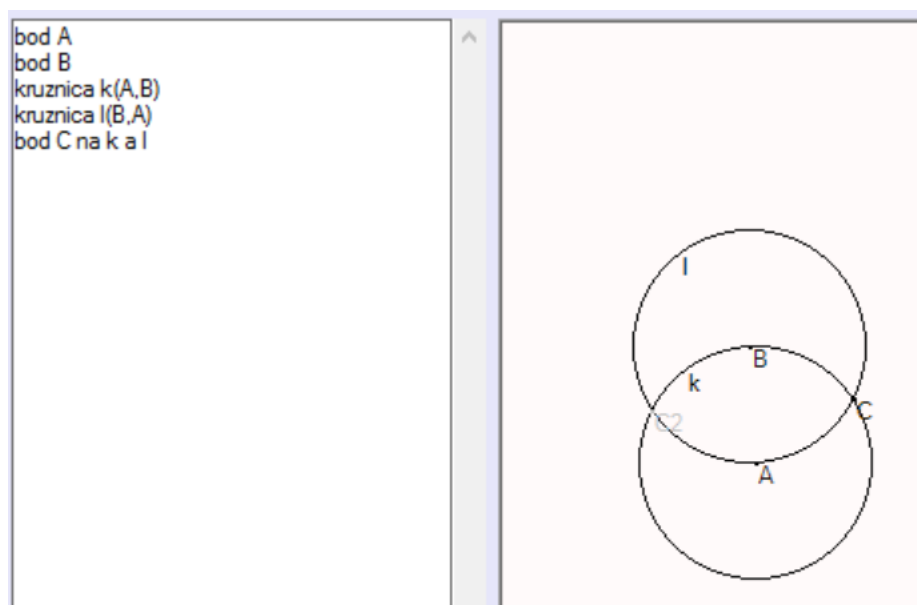
Obr. 3.3: Tlačidlo pre postupné vypisovanie konštrukcie

Veľmi podobne funguje aj nastavenie pre vykresľovanie konštrukcie. Vykresliť konštrukciu, ktorej celý postup je už napísaný, je možné postupne alebo naraz. Ak užívateľa zaujíma len výsledok, je vhodné nastaviť vykresľovanie konštrukcie na jednotné vykreslenie. Ak však chce vidieť, ako sa vykresľuje konštrukcia podľa postupu postupne, je vhodné tak urobiť po jednotlivých častiach. Opäť v prípade nastavenia postupného vykresľovania konštrukcie sa zmení názov a funkcionality spodného tlačidla podľa obrázka Obr. 3.4.



Obr. 3.4: Tlačidlo pre postupné vykresľovanie konštrukcie

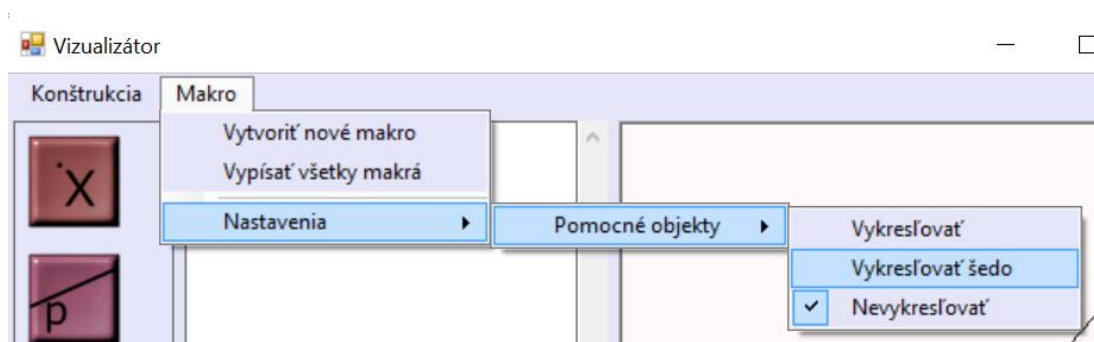
Nakoniec máme v nastaveniach poslednú možnosť, a to spôsob vykresľovania ďalších bodov a objektov. Užívateľ má možnosť vybrať si medzi ich vykresľovaním, nevykresľovaním alebo vykresľovaním šedou farbou. Keď hovoríme o ďalších objektoch, máme na mysli objekty, ktoré vznikajú vetvením pri konštrukcii, teda ak objekt vznikne preto, lebo má daná konštrukcia viac riešení. Na obrázku Obr. 3.5 si môžeme všimnúť, ako to vyzerá, keď sú ďalšie body vykresľované šedou.



Obr. 3.5: Ďalšie body šedé

3.3.2 Menu pre makro

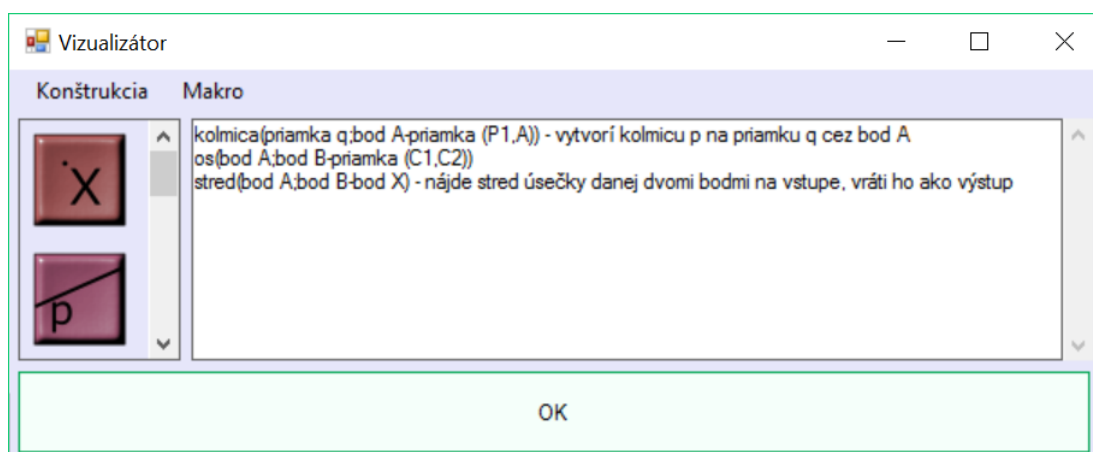
Ak chceme vidieť, ako vyzerá menu pre makro, môžeme sa pozrieť na obrázok Obr. 3.6. Makro je konštrukčný nástroj vytvorený užívateľom pomocou daných nástrojov alebo už definovaných makier pre uľahčenie ďalších konštrukcií. Jedným príkladom makra je os úsečky. Os úsečky vieme zostrojiť použitím nástrojov pre bod, kružnicu a priamku. Nové makro sa vytvára ako konštrukcia pomocou postupu. Výhodou je zjednodušenie a sprehľadnenie postupu.



Obr. 3.6: Menu pre makro

V nastaveniach znovu môžeme meniť spôsob vykresľovania pomocných objektov. Pomocné objekty sú všetky objekty, ktoré sme potrebovali na vytvorenie daného makra, napríklad body, kružnice, priamky a podobne. Môžeme ich nechať vykresľovať, vykresľovať šedo alebo nevyskresľovať vôbec.

Užívateľ si tiež môže nechať vypísať všetky makrá. Táto funkcionality slúži pre užívateľovu informáciu, aké makrá má k dispozícii, ako vyzerá ich zápis, aké majú potrebné vstupné objekty, aké objekty sú výstupnými a čo dané makrá vykonávajú. Po zvolení tejto možnosti sa obrazovka zmení. Zmizne náčrt a tam, kde je bežne napísaný postup konštrukcie, sa objaví zoznam makier. Pre navrátenie sa do pôvodného stavu slúži tlačidlo. Na obrázku Obr. 3.7 môžeme vidieť, ako vyzerá taký zoznam.

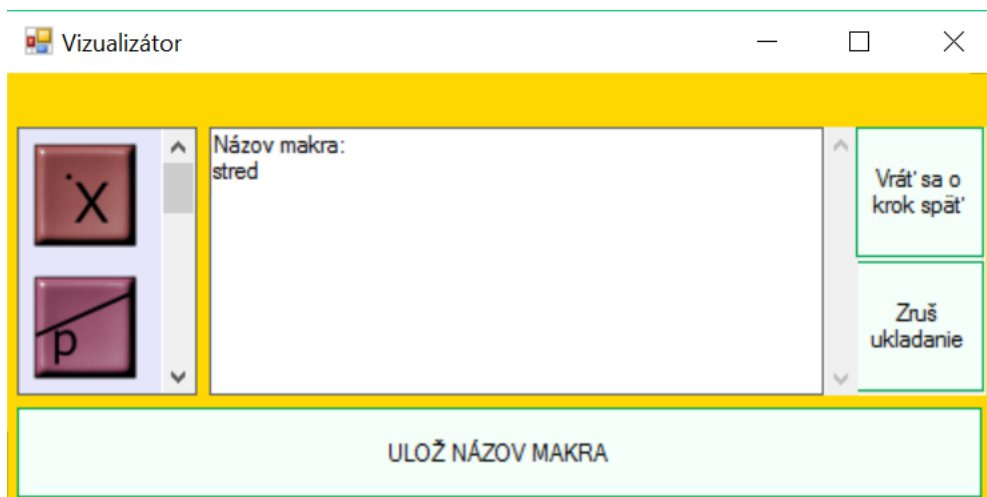


Obr. 3.7: Zoznam makier

Ešte tu máme možnosť vytvorenia nového makra. Pri zvolení tejto možnosti sa okno zmení a bude sa meniť až kým užívateľ neprejde všetky kroky vytvárania nového makra. Počas celého procesu má možnosť sa buď jedným tlačidlom vrátiť o jeden krok späť a zmeniť text, alebo môže druhým tlačidlom celý proces zrušiť. V prípade zrušenia procesu sa nové makro neuloží. Na každú chybu v zápise, ktorú užívateľ počas ukladania makra urobí, bude upozornený, a program mu nedovolí pokračovať, kým ju neopraví.

3.3.2.1 Názov nového makra

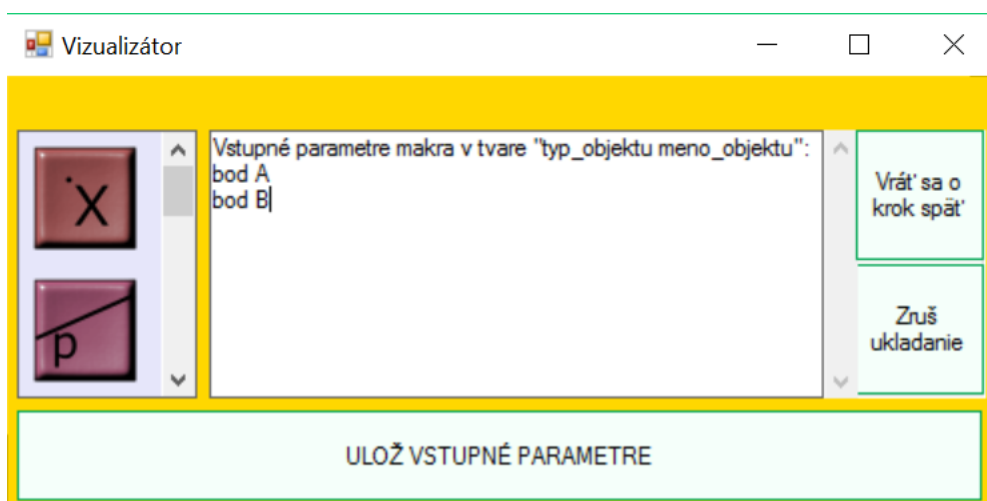
Hneď na začiatku ukladania nového makra program užívateľa vyzve, aby mu vybral názov. Názov musí spĺňať rovnaké podmienky ako meno objektu, teda nesmie obsahovať medzery a špeciálne znaky, ako napríklad koniec riadku. Ako ukladanie mena vyzerá môžeme vidieť na obrázku Obr. 3.8. Makro, ktoré slúži v tejto časti ako názorná ukážka, môžeme nájsť na priloženom CD v priečinku *priklady/macros*, všetky makrá sú v prílohe 4.



Obr. 3.8: Názov makra

3.3.2.2 Vstupné parametre nového makra

Vstupné parametre sa zapisujú v tvare „typ_objektu meno_objektu“, dve slová oddelené medzerou. Každý ďalší vstupný parameter musí byť na novom riadku, parametre nesmú byť oddelené prázdny riadkom. V zápise konštrukcie budeme používať názvy týchto parametrov a pri volaní makra už musia dané objekty existovať a musia sa zhodovať typovo. Názorná ukážka je na obrázku Obr. 3.9.

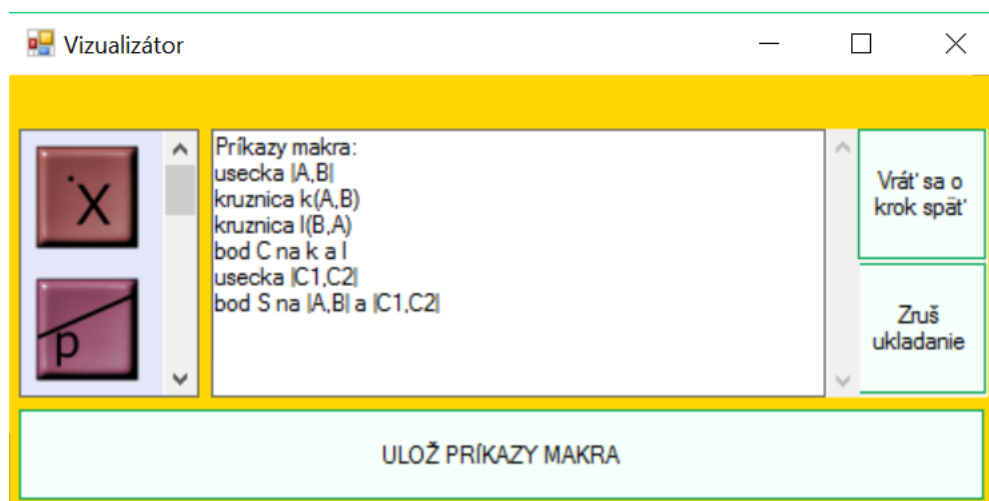


Obr. 3.9: Vstupné parametre makra

3.3.2.3 Príkazy nového makra

V ďalšom kroku užívateľ zapíše príkazy nového makra, ktoré môžu využívať len objekty, ktoré sú vstupnými parametrami a musia spĺňať podmienky pre

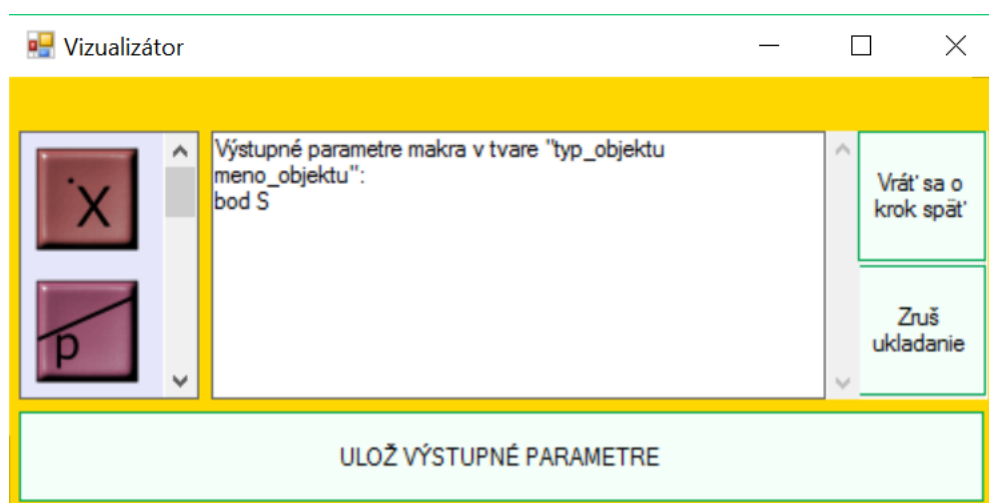
konštrukciu. Navyše nemôžu obsahovať prázdny riadok. Príklad vidíme na obrázku Obr. 3.10.



Obr. 3.10: Príkazy makra

3.3.2.4 Výstupné parametre nového makra

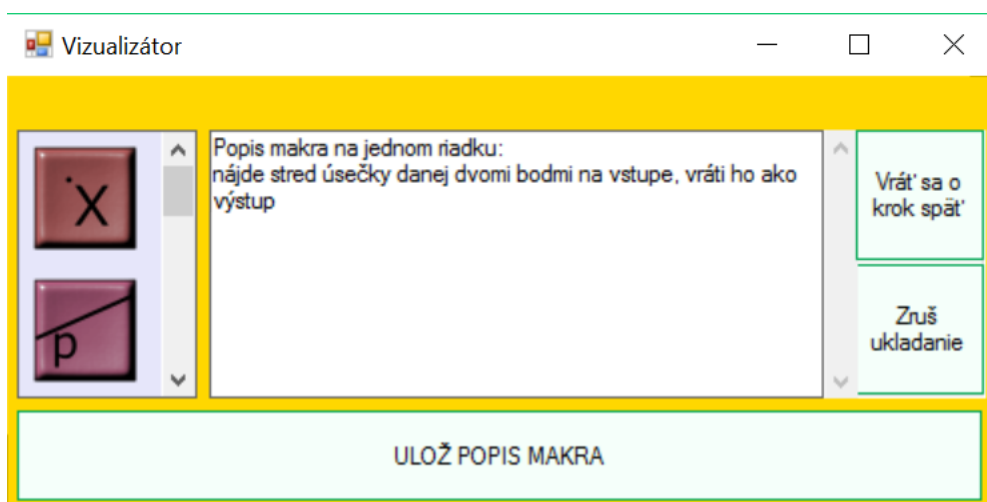
V tomto kroku užívateľ zapíše zoznam výstupných parametrov daného makra. Platia pre nich úplne rovnaké podmienky ako pre vstupné parametre, čiže musia byť v opäť v tvare „typ_objektu meno_objektu“, dve slová oddelené medzerou, každý parameter na novom riadku a zoznam nesmie obsahovať prázdny riadok. Navyše výstupné parametre môžu byť len tie, ktoré boli už vytvorené, takže názvy objektov sa musia zhodovať s názvami používanými v zápise príkazov nového makra. Obrázok Obr. 3.11 nám to názorne ukazuje.



Obr. 3.11: Výstupné parametre makra

3.3.2.5 Popis nového makra

Nakoniec môžeme jednou vetou na jednom riadku popísať makro. Účelom tohto komentára je opísať, čo makro robí, napríklad „zostrojí rovnostranný trojuholník“ alebo „nájde os úsečky“. Popis makra na rozdiel od predchádzajúcich krokov voliteľný a ak ho užívateľ nenapíše, nič sa nestane. Pre lepšiu predstavu sa môžeme pozrieť na obrázok Obr. 3.12.



Obr. 3.12: Popis makra

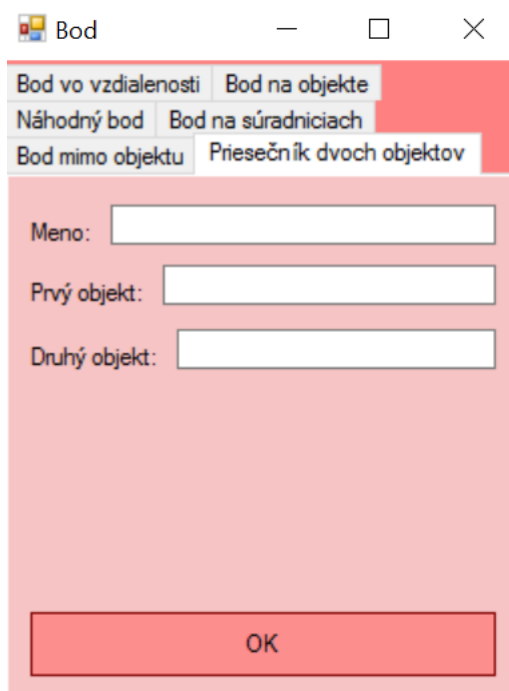
Na konci je užívateľ upozornený, že jeho nové makro bolo uložené. Od toho momentu je možné ho vidieť v zozname makier a používať ho v konštrukcii.

3.3.3 Formuláre pre zápis konštrukcie

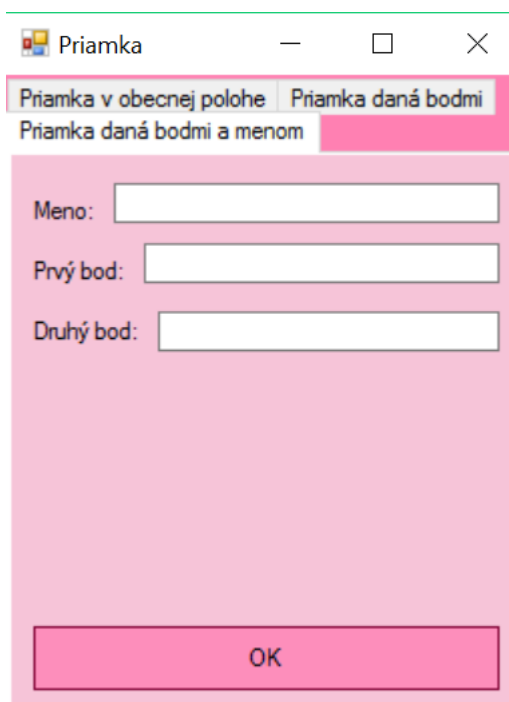
Keďže cieľom programu nie je naučiť žiakov nový jazyk, ktorým je možné zapisovať postup konštrukcie, v programe sa nachádzajú tlačidlá, ktoré nahrádzajú zapisovanie konštrukcie samotným jazykom. Ich použitie je jednoduché a ich funkciou je vytváranie samotného zápisu. V tejto podkapitole je postupne ukázané, ako vyzerajú formuláre, ktoré sa otvárajú pri kliknutí na odpovedajúce tlačidlo. Všetky tlačidlá, ktoré je možné použiť, môžeme vidieť na obrázku Obr. 5.1. Pri ich používaní nie je možné meniť nič v základnom okne pre postup a nákres konštrukcie.

Všetky formuláre na vytváranie objektov, až na vytvorenie nástroju makra, majú rovnaký vzor. Každý formulár má niekoľko záložiek, ktoré rozlišujú typy pridávaného objektu (napríklad priamka vo všeobecnej polohe, priamka cez dva body a priamka s menom cez dva body). Každá záložka má rôzne textové polia vyžadované

pre zápis daného objektu. Napríklad zatiaľ čo priamka vo všeobecnej polohe vyžaduje len meno a priamka cez dva body chce mená týchto bodov, priamka cez dva body s menom pýta od užívateľa aj meno, aj dva body. Na zapísanie daného objektu do postupu musia byť všetky polia správne vyplnené, inak program užívateľa upozorní a nedovolí mu daný objekt zapísať. Ako tieto formuláre vyzerajú, vidíme na obrázkoch Obr. 3.13, Obr. 3.14, Obr. 3.15, Obr. 3.16, Obr. 3.17, Obr. 3.18 a Obr. 3.19.



Obr. 3.13: Formulár pre nový bod



Obr. 3.14: Formulár pre novú priamku

Úsečka

Úsečka daná bodmi
Úsečka daná bodom a dížkou
Úsečka daná menom a dížkou
Úsečka daná bodmi a menom
Úsečka daná menom, bodom a dížkou

Meno:

Bod:

Nový bod:

Dížka:

OK

Obr. 3.15: Formulár pre novú úsečku

Polpriamka

Polpriamka daná bodmi
Polpriamka daná bodmi a menom

Meno:

Prvý bod:

Druhý bod:

OK

Obr. 3.16: Formulár pre novú polpriamku

Kružnica

Kružnica daná stredom a bodom

Kružnica daná stredom a polomerom

Meno:

Stred:

Polomer:

OK

Obr. 3.17: Formulár pre novú kružnicu

Kružnicový oblúk

Meno:

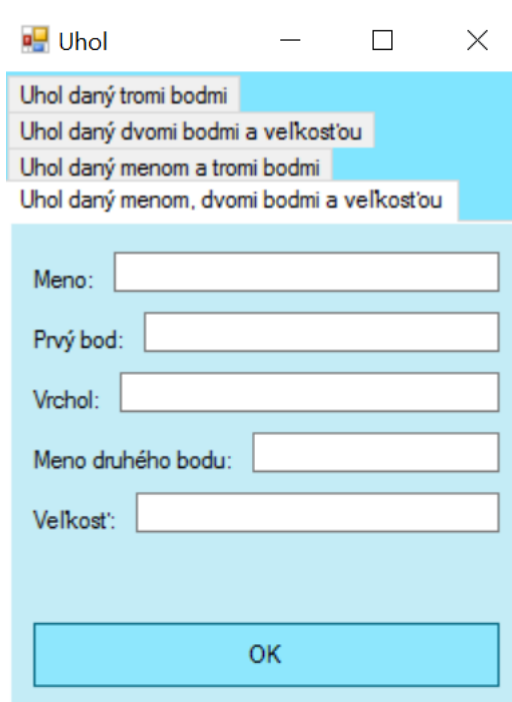
Stred:

Prvý bod:

Druhý bod:

OK

Obr. 3.18: Formulár pre nový kružnicový oblúk



Obr. 3.19: Formulár pre nový uhol

3.3.3.1 Formulár pre makrá

Formulár pre zápis makra vyzerá trochu odlišne. V jeho hornej časti si môžeme vybrať zo zoznamu všetkých existujúcich makier. Keď si vyberieme konkrétne makro, formulár nás postupne prevedie vstupnými a potom výstupnými parametrami. V textovom poli vždy uvidíme typ parametru a my už musíme len doplniť meno objektu. Zápis musí byť v správnom tvare, teda dve slová oddelené medzerou, inak nám program nedovolí prejsť do ďalšieho kroku. Ďalej sa dostaneme kliknutím na modrú šípku, o krom späť sa vrátíme kliknutím na žltú šípku. Vytváranie zápisu makra môžeme zrušiť (zreštartovať) kliknutím na červený krížik. Pri vpisovaní posledného výstupného (v prípade neexistencie vstupného) parametru makra nám program umožní potvrdiť zápis kliknutím na tlačidlo s obrázkom zelenej fajky. Vždy sú aktívne len tie tlačidlá, ktoré je v danom kroku možné použiť (obrázok Obr. 3.20 ukazujúci, ako taký zápis vyzerá, je teda len ilustračný, konkrétne použitie makra je možné vidieť na obrázku Obr. 5.3). Celý čas vidíme popis makra, čo nám uľahčuje prácu s vytváraním zápisu.

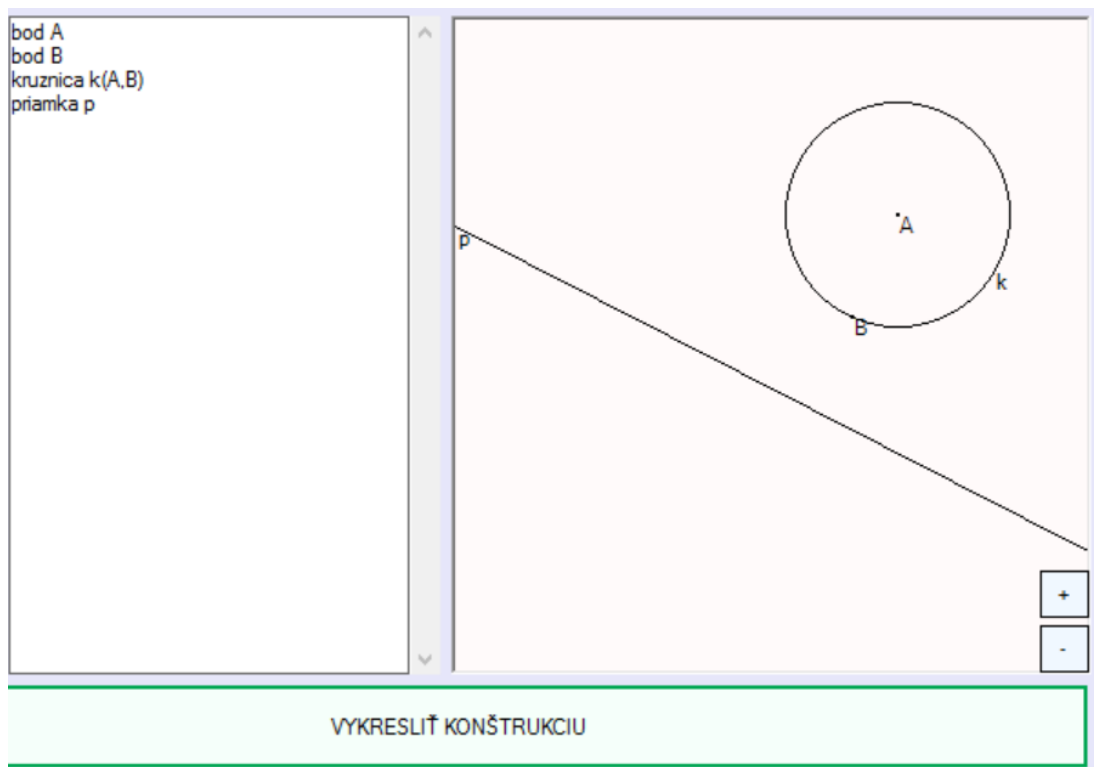


Obr. 3.20: Nový príkaz používajúci makro

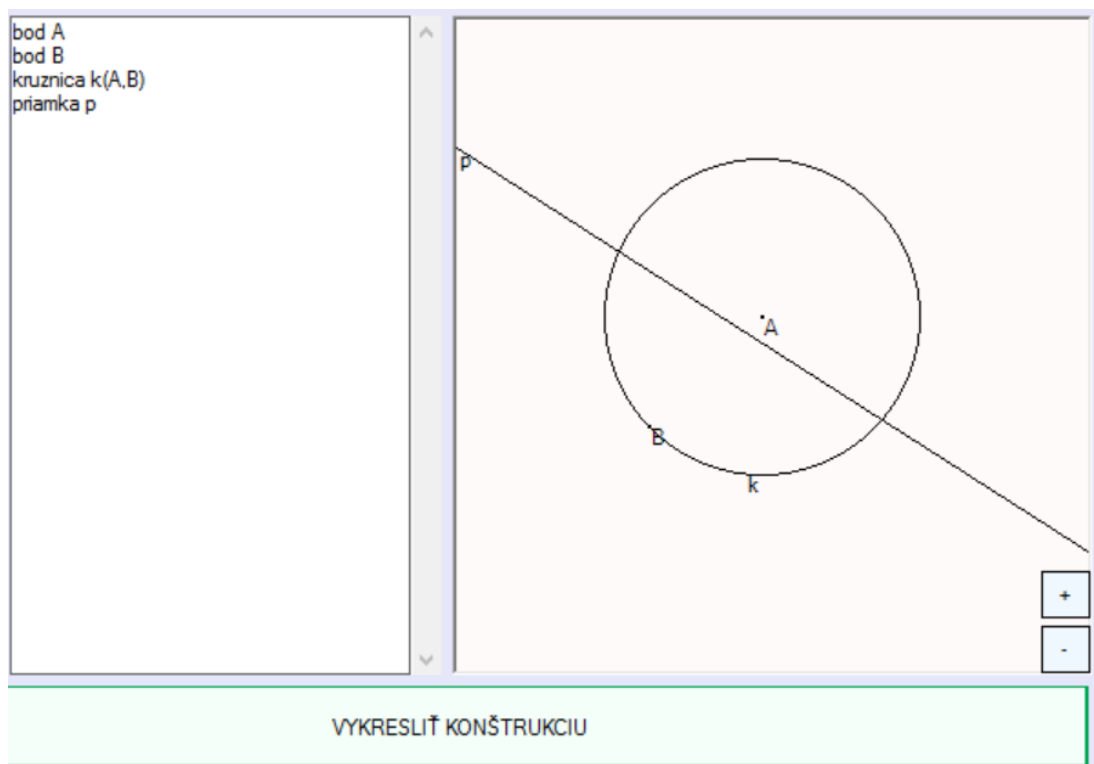
3.3.4 Nákresňa konštrukcie

Na obrázkoch Obr. 3.20 a Obr. 3.21 si môžeme všimnúť, ako môže konštrukcia vyzeráť. Ako vidíme, pre rovnaký zápis konštrukcie môže byť vizualizácia konštrukcie diametrálne odlišná, keďže objekty sú často vytvárané v duchu často používanej vety „je daný (bod X)“, a teda kým to užívateľ bližšie nešpecifikuje, objekty sú vytvárané na náhodných miestach.

Nákresňa je len čiastočne interaktívna, nedajú sa v nej meniť polohy objektov ani tvoriť nové objekty. Jej účelom je len názorne ukázať nárys konštrukcie a umožniť užívateľovi sa v ňom ľahko orientovať. Z toho dôvodu je možné nákresňu len približovať alebo vzdďaľovať, a to buď tlačidlami vpravo dole na nákresni, alebo kolieskom myši, ďalej posúvať nákresňu, a to uchopením nákresne ľavým tlačidlom myši a posúvaním myši, a nakoniec zresetovanie posunutia a priblíženia kliknutím na nákresňu pravým tlačidlom myši.



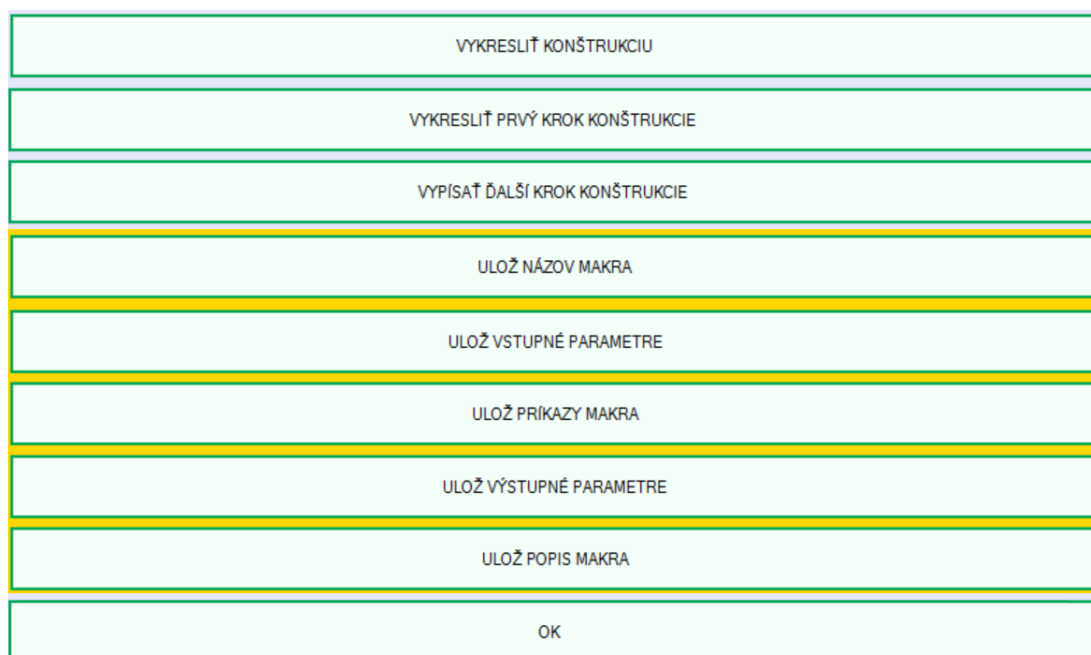
Obr. 3.21: Náčresňa



Obr. 3.22: Tá istá konštrukcia inak vyzerajúca v náčresni

3.3.5 Potvrdzovacie tlačidlo

Potvrdzovacie tlačidlo môže mať niekoľko nápisov a s nimi súvisiacich funkcií, ako si môžeme všimnúť na obrázku Obr. 3.23. Počas ukladania nového makra môže mať až päť rôznych funkcií, ktoré sme už popísali v časti 3.3.2. V časti 3.3.1 sme popísali zmenu tlačidla podľa nastavení konštrukcie, na začiatku sa vykresľuje celá konštrukcia naraz. Jeho poslednú funkcionality sme spomenuli zase v podkapitole 3.3.2, kde slúžilo pre navrátenie sa späť pri vypísaní všetkých existujúcich makier.



Obr. 3.23: Zmena nápisu a funkcionality tlačidla hlavného okna podľa nastavení a poslednej akcie

4 Používanie programu

Cieľom tejto kapitoly je popísať fungovanie programu a princíp riešenia úloh pomocou neho. Popisuje tiež jazyk, ktorý je používaný pre postup konštrukcie a vytváranie nových nástrojov pre postup. Ukazuje, ako môžu byť jednotlivé nástroje používané ako pomôcka pri výučbe.

4.1 Možnosti nastavení

V tejto kapitole je popísané, prečo je v programe vhodné mať nastavenia, ktoré v ňom sú, z pohľadu funkčnosti ako výučbovej pomôcky. Menu a jeho nastavenia si môžeme všimnúť na obrázkoch Obr. 3.2 a Obr. 3.6.

4.1.1 Možnosť uloženia konštrukcie

Túto možnosť nájdeme v menu v časti „Konštrukcia“ pod možnosťou „Uložiť konštrukciu“. Učiteľ si môže uložiť konštrukciu v rámci prípravy na hodinu a počas vyučovania používať už hotový postup. Tiež môže zadať príklady ako domáce úlohy, kde žiaci po vyriešení problému môžu postup uložiť a poslať ho učiteľovi. Táto funkcia sa dá využiť aj ako názorná ukážka pre žiakov, ktorí sa chcú pozrieť na konkrétne príklady. Učiteľ môže vytvoriť niekoľko konštrukcií, uložiť ich, a následne dať žiakom k dispozícii pre domáce štúdium.

4.1.2 Možnosť načítania konštrukcie

Ak chceme načítať konštrukciu, môžeme tak urobiť v menu v časti „Konštrukcia“ pod možnosťou „Načítať konštrukciu“. Učiteľ môže na hodine znovu otvoriť už spracovanú konštrukciu a ukázať jej postup ako názorný príklad. Ak mu žiaci pošlú riešenie domácej úlohy, nemusí skúmať postup, ale môže si ho nechať spracovať programom a hneď overiť správnosť riešenia. Žiaci si doma môžu nechať vykresliť vzorové príklady vytvorené učiteľom.

4.1.3 Zmena spôsobu vypisovania a vykresľovania konštrukcie

Možnosť meniť spôsob vypisovania postupu načítavanej konštrukcie medzi vypisovaním naraz a postupne po jednotlivých krokoch sa nachádza v menu v časti „Konštrukcia“ pod možnosťou „Nastavenia“ ako „Vypisovanie konštrukcie“. Spôsob vykresľovania konštrukcie, opäť naraz alebo po krokoch je možné meniť v časti „Konštrukcia“ pod možnosťou „Nastavenia“ ako „Vykresľovanie konštrukcie“

označením jednej z možností „Postupne“ alebo „Naraz“. Možnosť meniť spôsob vypisovania konštrukcie je užitočná napríklad v prípade, keď chce učiteľ triede názorne ukázať postup pre konkrétny prípad z uloženého súboru. Chce napríklad komentovať jednotlivé kroky postupu alebo chce nechať žiakov samých aktívne rozmýšľať nad ďalšími krokmi. Vtedy nechce naraz odhaliť všetko. Ak však chce len skontrolovať úlohy, chce vidieť všetko naraz. Takisto aj žiak môže využiť možnosť tohto nastavenia. Ak chce pokračovať vo svojom riešení, je pre neho výhodnejšie načítať celý postup naraz. Ak chce použiť učiteľove ukážkové riešenia na pochopenie riešenia, má možnosť využiť nastavenie postupného zobrazovania, kde môže nad nasledujúcimi krokmi sám premýšľať bez ovplyvňovania.

Čo sa týka vykresľovania konštrukcie, aj tu je vhodné mať možnosť meniť jej spôsob. Ak užívateľ zaujíma len výsledok, napríklad pre kontrolu správnosti riešenia, je pre neho vhodnejšie nastaviť vykresľovanie konštrukcie na jednotné vykreslenie. Ak však chce (sebe alebo iným) názorne ukázať, ako sa postupne vykresľuje konštrukcia podľa postupu, je lepšie tak učiniť po jednotlivých častiach.

4.1.4 Zmena formy vykresľovania ďalších objektov

Možnosť tejto zmeny sa nachádza v časti „Konštrukcia“, pod možnosťou „Nastavenia“ ako „Ďalšie body a objekty“. Užívateľ má možnosť vybrať si, ako sa budú vykresľovať ďalšie objekty v konštrukcii. Konkrétne ide o body a objekty, ktoré vzniknú tým, že prieniky objektov majú viac ako jedno riešenie. Môže sa rozhodnúť pre ich vykresľovanie, nevykresľovanie alebo vykresľovanie šedou farbou, podľa toho aj označí príslušnú možnosť.

Ako príklad môžeme uviesť priesečník dvoch kružníc. Dve kružnice sa môžu pretínať až v dvoch bodoch. Keď sa tak stane, môžeme nastaviť, aby sa vždy vykreslil len jeden bod a ďalej sa pracovalo len s ním. Toto je dobré zmeniť, ak chceme vidieť, koľko má konštrukcia riešení, alebo ak naopak nechceme, aby nám v nákrese konštrukcie zavádzali ďalšie riešenia. Vykresľovanie len jedného bodu je dobré, ak máme riešení veľa alebo sa v konštrukcii vetvíme niekoľkokrát a pre početnosť možností by sme len ťažko videli, ako vyzerá finálne riešenie.

4.1.5 Vytvorenie nového makra

Ak chceme vytvoriť nové makro, zvolíme v časti „Makro“ v menu možnosť „Vytvoriť nové makro“. Makro, napríklad rovnobežka, kolmica či os, je často

využívaný nástroj, a preto, ak sa ho raz žiak naučí zostrojiť, môže ho už využívať v ďalších konštrukciách. Makro je možné vytvoriť tým istým spôsobom ako postup konštrukcie. To zaručuje, že žiak bude môcť používať dané makro až po tom, ako ho už aspoň raz vytvoril. Nové makro sa totiž vytvára ako konštrukcia pomocou postupu. Výhodou je zjednodušenie a sprehľadnenie postupu.

4.1.6 Vypísanie všetkých makier

V časti „Makro“ pod možnosťou „Vypísať všetky makrá“ nájdeme nástroj na vypísanie všetkých doteraz vytvorených existujúcich makier, ktoré je možné pri konštrukcii používať. Vypísanie všetkých makier je užitočné na to, aby sa žiak (ale i učiteľ) mohol pozrieť, aké všetky nástroje môže pri svojej konštrukcii využívať a hlavne aké vstupné a výstupné parametre jednotlivé makrá očakávajú a produkujú, prípadne čo je úlohou daných makier, pokiaľ ich názov nie je dostatočne názorný.

4.1.7 Vykresľovanie pomocných objektov makra

Pomocné objekty sú všetky objekty, ktoré sú potrebné na vytvorenie daného makra, napríklad body, kružnice, priamky, ale aj už vytvorené makrá. Spôsob ich zobrazovania je možné meniť označením jednej z možností nachádzajúci sa v časti „Makro“ pod možnosťou „Nastavenia“ a „Pomocné objekty“. V prípade, že chceme vidieť konštrukciu prehľadne a len presne to, čo máme v postupe, odporúča sa mať nastavené nezobrazovanie pomocných objektov. Nezobrazovanie pomocných objektov je užitočné, ak chceme skontrolovať správnosť riešenia alebo ľahšie pochopiť konštrukciu. Ak však chceme vedieť, ako by vyzerala konkrétna konštrukcia, ak by sme ju rysovali na papieri, je lepšie si nechať zobrazovať aj pomocné objekty. Zatiaľ totiž väčšina škôl stále necháva žiakov rysovať úlohy, zvlášť počas písomiek, rukou. Preto je pre žiaka dobré vedieť, ako by konštrukcia mala vyzerat' naozaj, aby dokázal aj vizuálne skontrolovať správnosť svojho riešenia.

4.2 Jazyk pre zápis konštrukcie

Program má definovaný konkrétny skriptovací jazyk pre zápis postupu konštrukcie. Tento jazyk je jediným vstupom, pomocou ktorého program dokáže vykresliť konštrukciu. Snažili sme sa ho navrhnuť čo najintuitívnejšie a zovšeobecňuje spôsob písania postupu konštrukcie na školách. Zohľadňuje rozdiel medzi veľkými

a malými písmenami. Veľkosť uhlov je vždy zadávaná v stupňoch a vzdialenosti v milimetroch. Jazyk vyzerá nasledovne.

OBJEKT: bod X so všeobecnou polohou
VSTUP: X (meno)
CHYBA: objekt s menom X už existuje
VÝSTUP: X (bod)
JAZYK: bod X

OBJEKT: bod X so súradnicami x a y
VSTUP: X (meno); x (celé číslo); y (celé číslo)
CHYBA: objekt s menom X už existuje, x alebo y nie je číslo
VÝSTUP: X (bod)
JAZYK: bod $X(x;y)$

OBJEKT: bod X (všeobecná poloha) vo vzdialenosti n od bodu A
VSTUP: X (meno); A (bod); n (číslo/úsečka)
CHYBA: objekt s menom X už existuje, bod A neexistuje, n nie je číslo ani úsečka
VÝSTUP: X (bod)
JAZYK: bod X , $|A,X|=n$

OBJEKT: bod X na objekte o – bod so všeobecnou polohou ležiaci na objekte o , konkrétne na priamke, úsečke, polpriamke alebo kružnici
VSTUP: X (meno); o (objekt)
CHYBA: objekt s menom X už existuje, objekt s menom o neexistuje
VÝSTUP: X (bod)
JAZYK: bod X na o

OBJEKT: bod X neležiaci na objekte o – bod so všeobecnou polohou mimo objektu o , konkrétne mimo priamky, úsečky, polpriamky alebo kružnice
VSTUP: X (meno); o (objekt)
CHYBA: objekt s menom X už existuje, objekt s menom o neexistuje
VÝSTUP: X (bod)
JAZYK: bod X nie na o

OBJEKT: priesečník objektov o_1 a o_2 (bod X na objekte o_1 a zároveň o_2), každý z objektov môže byť buď priamka, úsečka, polpriamka alebo kružnica
VSTUP: X (meno); o_1 (objekt); o_2 (objekt)
CHYBA: objekt s menom X už existuje, objekt o_1 alebo o_2 neexistuje, priesečník neexistuje alebo ich je nekonečne mnoho
VÝSTUP: X (bod)
JAZYK: bod X na o_1 a o_2

OBJEKT: priamka p (všeobecná poloha – ničím neprechádza, dosť ďaleko od všetkého, ...)
VSTUP: p (meno)
CHYBA: objekt s menom p už existuje
VÝSTUP: p (priamka)
JAZYK: priamka p

OBJEKT: priamka AB cez body A a B
VSTUP: A (bod); B (bod)
CHYBA: objekt s menom (A, B) už existuje, bod A alebo B neexistuje
VÝSTUP: (A, B) (priamka)
JAZYK: priamka (A, B)

OBJEKT: priamka p cez body A a B
VSTUP: p (meno); A (bod); B (bod)
CHYBA: objekt s menom p už existuje, bod A alebo B neexistuje
VÝSTUP: $p = (A, B)$ (priamka)
JAZYK: priamka $p=(A, B)$

OBJEKT: úsečka AB cez body A a B
VSTUP: A (bod); B (bod)
CHYBA: objekt s menom (A, B) už existuje, bod A alebo B neexistuje
VÝSTUP: $|A, B|$ (úsečka)
JAZYK: usecka $|A, B|$

OBJEKT: úsečka u cez body A a B
VSTUP: u (meno); A (bod); B (bod)
CHYBA: objekt s menom u už existuje, bod A alebo B neexistuje
VÝSTUP: $u = |A, B|$ (usecka)
JAZYK: usecka $u=|A, B|$

OBJEKT: úsečka u s dĺžkou n (všeobecná poloha)
VSTUP: u (meno); n (číslo/úsečka)
CHYBA: objekt s menom u už existuje
VÝSTUP: u (úsečka)
JAZYK: usecka u , $u=n$

OBJEKT: úsečka AX s počiatočným bodom A a dĺžkou n (všeobecná poloha), bod X sa vytvorí ako nový bod a ďalej je s ním možné pracovať
VSTUP: X (meno); A (bod); n (číslo/úsečka)
CHYBA: objekt s menom X už existuje, bod A neexistuje, n nie je číslo alebo úsečka
VÝSTUP: $|A, X|$ (úsečka)
JAZYK: usecka $|A, X|$, $|A, X|=n$

OBJEKT: úsečka $u = AX$ s počiatočným bodom A a dĺžkou n (všeobecná poloha), bod X sa vytvorí ako nový bod a ďalej je s ním možné pracovať
VSTUP: u (meno); X (meno); A (bod); n (číslo/úsečka)
CHYBA: objekt s menom u alebo X už existuje, bod A neexistuje, n nie je číslo alebo úsečka
VÝSTUP: $u = |A, X|$ (úsečka)
JAZYK: usecka $u=|A, X|$, $u=n$

OBJEKT: polpriamka AB s počiatočným bodom A prechádzajúca bodom B
VSTUP: A (bod); B (bod)
CHYBA: bod A alebo B neexistuje
VÝSTUP: $|A, B|$ (polpriamka)
JAZYK: polpriamka $|A, B|$

OBJEKT: polpriamka p s počiatočným bodom A prechádzajúca bodom B
VSTUP: p (meno); A (bod); B (bod)
CHYBA: objekt s menom p už existuje, bod A alebo B neexistuje
VÝSTUP: $p = |A, B|$ (polpriamka)
JAZYK: polpriamka $p=|A, B|$

OBJEKT: dĺžka d

VSTUP: d (úsečka)
CHYBA: úsečka d neexistuje
VÝSTUP: d (číslo)
JAZYK: *bez príkazu, používa sa v iných príkazoch (napr. úsečka s dĺžkou d , kružnica s polomerom d)*

OBJEKT: kružnica k so stredom v bode S a polomerom r
VSTUP: k (meno); S (bod) ; r (číslo/úsečka)
CHYBA: objekt s menom k už existuje, bod S neexistuje, r nie je číslo ani existujúca úsečka
VÝSTUP: k (kružnica)
JAZYK: kruznica $k(S,r)$

OBJEKT: kružnica k so stredom v bode S prechádzajúca bodom X
VSTUP: k (meno); S (bod); X (bod)
CHYBA: objekt s menom k už existuje, bod S alebo X neexistuje
VÝSTUP: k (kružnica)
JAZYK: kruznica $k(S,X)$

OBJEKT: kružnicový oblúk k so stredom v bode S a krajmi A a B v kladnom smere otáčania
VSTUP: k (meno); S (bod); A (bod); B (bod)
CHYBA: objekt s menom k už existuje, bod S , A alebo B neexistuje, body S , A , B nemôžu tvoriť kružnicový oblúk
VÝSTUP: k (kružnicový oblúk)
JAZYK: obluk $k(S,A,B)$

OBJEKT: uhol daný bodmi A , V , B v kladnom smere otáčania
VSTUP: A (bod); B (bod); V (bod)
CHYBA: bod A , B alebo V neexistuje
VÝSTUP: A , V , B (uhol)
JAZYK: uhol A,V,B

OBJEKT: uhol u daný bodmi A , V , B v kladnom smere otáčania
VSTUP: u (meno); A (bod); B (bod); V (bod)
CHYBA: objekt s menom u už existuje, bod A , B alebo V neexistuje
VÝSTUP: $u = A, V, B$ (uhol)
JAZYK: uhol $u=A,V,B$

OBJEKT: uhol daný bodmi A, V a veľkosťou n v kladnom smere otáčania, kde bod V je vrcholom uhla, polpriamka VA je prvé rameno uhla a novo vzniknutý bod X tvorí spolu s bodom V polpriamku VX , ktorá je druhým ramenom uhla

VSTUP: A (bod); V (bod); X (meno); n (číslo, v stupňoch a v kladnom smere otáčania od prvého ramena uhla, alebo iný uhol)

CHYBA: bod A alebo V neexistuje, n nie je číslo alebo už existujúci uhol

VÝSTUP: A, V, X (uhol)

JAZYK: uhol $A, V, X, |A, V, X| = n$ ($|L, M, O|$)

OBJEKT: uhol u daný bodmi A, V a veľkosťou n v kladnom smere otáčania, kde bod V je vrcholom uhla, polpriamka VA je prvé rameno uhla a novo vzniknutý bod X tvorí spolu s bodom V polpriamku VX , ktorá je druhým ramenom uhla

VSTUP: u (meno); A (bod); V (bod); X (meno); n (číslo, v stupňoch a v kladnom smere otáčania od prvého ramena uhla, alebo iný uhol)

CHYBA: objekt s menom u už existuje, bod A alebo V neexistuje, n nie je číslo alebo už existujúci uhol

VÝSTUP: $u = A, V, X$ (uhol)

JAZYK: uhol $u = A, V, X, u = n$ ($|L, M, O|$)

OBJEKT: veľkosť uhlu u

VSTUP: u (uhol)

CHYBA: uhol u neexistuje

VÝSTUP: u (číslo)

JAZYK: *bez príkazu, používa sa v iných príkazoch (napr. uhol s veľkosťou u)*

Makrá sa volajú a zapisujú špeciálne. Pri zavolaní makra program vždy skontroluje existenciu všetkých vstupných objektov. Všetky objekty musia mať jednoslovný názov (povolené sú písmená bez diakritiky, rozlišujú sa malé a veľké, a číslice, pričom názov nesmie začínať číslicou). Žiadne dva objekty nemôžu mať rovnaké meno (ani ak sú to rôzne typy objektov). Ak má časť problému (napríklad nájdenie priesečníka objektov) viac ako jedno riešenie, sú označené indexmi (napríklad ak užívateľ pomenoval objekt x , výsledky sa volajú x_1, x_2, \dots). Vtedy môže užívateľ zavolať objekt bez indexu (zavolá sa ten s indexom 1) alebo s indexom (vtedy

sa zavolá konkrétny, ak chce napr. pracovať s oboma, alebo len s jedným) – mal by vedieť, koľko riešení môže vytvoriť – ale ak bude chcieť pracovať s takým, ktorý neexistuje, aplikácia ho upozorní, a na to, aby mohol ďalej pokračovať v zápise postupu, bude musieť zápis opraviť. Chyba sa vyvolá vždy, ak chce pracovať s objektom, ktorý neexistuje, alebo s ktorým nemôže pracovať (napríklad uhol pri zadávaní kružnice).

Volanie makra je v tvare „makro(typ vstup1;typ vstup2-typ vystup1)“, kde vstupné objekty už musia existovať a mená výstupných objektov ešte nesmú existovať, tiež typy existujúcich vstupných objektov musia byť zhodné s typmi vstupných objektov pre makro. Oddelovač vstupu od výstupu je spojovník „-“, a parametrov v rámci vstupu či výstupu bodkočiarka „;“. Napríklad:

- trojuholnik(bod A;bod B-bod C),
- priamka(-priamka p) – makro bez vstupných parametrov,
- konstrukcia(bod A;bod B;bod C-) – makro bez výstupných parametrov.

4.3 Práca s priesečníkmi objektov

Táto časť zhŕňa, aké všetky objekty sa môžu navzájom pretínať a koľko rôznych riešení môže každá dvojica objektov mať. Každý priesečník je bod, preto aj v jazyku aplikácie zapíšeme priesečník ako *bod X na o1 a o2*, kde *o1* a *o2* sú dva rôzne objekty.

4.3.1 Priamka a priamka

Najjednoduchším typom priesečníka je priesečník dvoch priamok. Dve rôzne priamky sa v rovine vždy pretnú buď v práve jednom bode, alebo v žiadnom, podľa toho, či sú rôznobežné alebo rovnobežné. Keďže sa pretnú vždy v najviac jednom bode, nikdy sa nám riešenie nemôže rozvetviť a je vždy jednoznačné. Naviac rovnobežnosť je jediný faktor vplývajúci na počet riešení, a teda je jednoduché ho overiť. Potrebu priesečníku dvoch priamok máme napríklad pri hľadaní tretieho bodu trojuholníka daného veľkosťou strany a veľkosťami k nej príľahlých uhlov.

4.3.2 Priamka a úsečka (polpriamka)

Opäť existuje najviac jedno jednoznačné riešenie. Hľadanie priesečníka priamky a úsečky (polpriamky) je veľmi podobné hľadaniu priesečníka dvoch priamok, len je naviac nutné brať do úvahy, že úsečka (polpriamka) nie je nekonečná, a teda ak sú priamka a úsečka (polpriamka) rôznobežné, musíme naviac ešte overiť, či náhodou

priesečník neleží za jedným z koncov úsečky (polpriamky). Ani v tomto prípade nehrozí rozvetkovanie riešenia. Tento priesečník je možné využívať napríklad pri hľadaní stredu úsečky ako priesečníku úsečky a jej osi.

4.3.3 Úsečka (polpriamka) a úsečka (polpriamka)

Hľadanie priesečníka dvoch úsečiek (polpriamok) je podobné hľadaní priesečníku priamky a úsečky (polpriamky), ale čo sa týka počtu riešení, je potrebné myslieť na to, že obe úsečky sú konečné, a teda polohu priesečníku priamok, pre ktoré sú dané úsečky ich podmnožinami, je nutné overovať voči všetkým koncom oboch úsečiek (polpriamok). Tento priesečník sa nám môže hodiť na hľadanie ťažiska v trojuholníku (ťažnice sú úsečky) alebo stredu vpísanej kružnice do trojuholníka (osi uhlov môžu byť polpriamky).

4.3.4 Priamka a kružnica

Priamka a kružnica môžu mať tri rôzne vzájomné polohy. Môžu sa pretínať, v tom prípade sú ich prienikom dva rôzne body, môžu sa dotýkať, vtedy je riešením jeden bod, alebo sa môžu nepretínať, v tom prípade nemajú nijaký spoločný bod. Prípady dotyku nastávajú všeobecne veľmi zriedkavo, skôr len vtedy, ak je to cieľom, a vtedy je práca s prienikom jednoduchá, pretože sa nevytvorí viacnásobné riešenie. V prípade, že sa vôbec nepretínajú, nevzniká žiadne riešenie. Pokiaľ počas riešenia úlohy táto situácia nastane a priesečník je pre ďalšie riešenie potrebný, pravdepodobne sme urobili chybu. V prípade dvoch rôznych riešení bude jedno dominantné, ostatné získajú číselné indexy. Môžeme pracovať buď len s konkrétnym riešením s indexom (napríklad sme chceli vytvoriť bod X a popritom sa vytvorili body $X1$ a $X2$), alebo s riešením bez indexu. V druhom prípade bude program pracovať so všetkými vytvorenými priesečníkmi (čo si môžeme všimnúť, ak zvolíme v aplikácii vykresľovanie ďalších objektov v konštrukcii), v tom prvom len s daným konkrétnym objektom. Tento priesečník môže byť užitočný, ak chceme zostrojiť trojuholník rovnobežku s priamkou v danej vzdialenosti.

4.3.5 Úsečka (polpriamka) a kružnica

Hľadanie prieniku úsečky (polpriamky) a kružnice je podobné predchádzajúcim častiam. Hľadanie tohto priesečníku funguje rovnako ako hľadanie priesečníku priamky a kružnice, len navyše treba skontrolovať, či priesečník (alebo oba

priesečníky) skutočne leží na úsečke (polpriamke). Ak neleží, potom ubudne nejaké riešenie. Ak existujú v rovine dve riešenia, pracuje sa s nimi úplne rovnako, ako bolo ukázané v predchádzajúcej časti. Tento priesečník sa zide, ak hľadáme tretí bod trojuholníka daného dĺžkami dvoch strán a veľkosťou uhla, ktorý tieto strany nezvierajú.

4.3.6 Kružnica a kružnica

Dve kružnice majú buď dva spoločné body, jeden (dotýkajú sa zvnútra alebo zvonku) alebo žiaden. Overovanie existencie a počtu priesečníkov je pomerne jednoduché (stačí porovnať vzdialenosti stredov a veľkosti polomerov kružníc), zato ich nájdenie už menej (treba počítať sústavu dvoch kvadratických rovníc na nájdenie jeho presných súradníc). S dvoma priesečníkmi sa pracuje rovnako ako v predchádzajúcich častiach. Tento priesečník sa hodí, ak je žiadúce zostrojiť trojuholník daný veľkosťou všetkých jeho troch strán.

Viac typov priesečníkov nepotrebujeme, pretože základnými nástrojmi, ktorými vieme zostrojiť všetko (až na niektoré konkrétne veľkosti uhlov), sú bod, priamka a kružnica. Napríklad uhol je tvorený dvomi polpriamkami a polpriamka je podmnožina priamky. Preto sa môže stať, že sa riešenie úlohy rozvetví natoľko, že nakoniec budeme mať štyri alebo aj viac riešení (napríklad najprv nájdeme dva priesečníky dvoch kružníc, cez každý z nich vytvoríme priamku, a potom s každou touto priamkou nájdeme zase dva priesečníky s nejakou kružnicou). Jednu úlohu ako príklad na priesečníky kružníc je možné nájsť v prílohe 4.

5 Príklady použitia programu

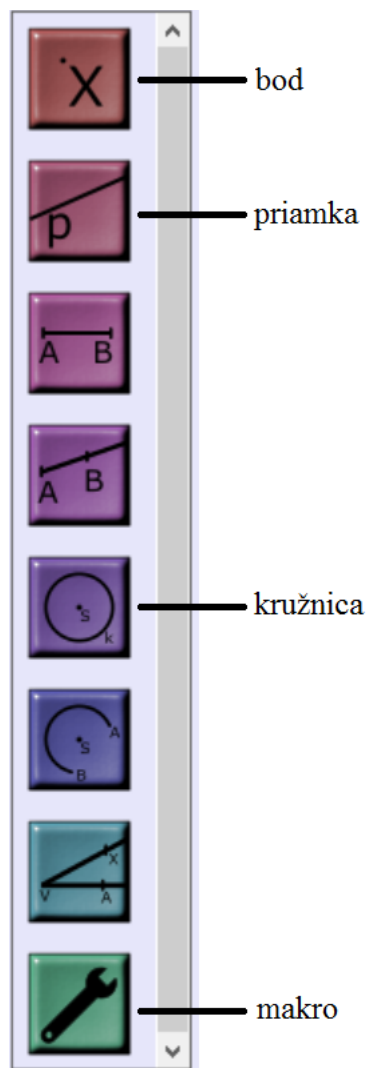
V tejto kapitole je vysvetlené na konkrétnych úlohách, ako sa dá program využiť ako učebná pomôcka. Taktiež je názorne ukázané, ako vyzerá zápis pre postup konštrukcie. Tiež je ukázané, ako ho dosiahnuť pomocou nástrojov grafického rozhrania. Kapitola obsahuje aj úlohy vhodné na prácu s programom pre precvičovanie.

5.1 Zápis postupu pomocou nástrojov

V tejto časti je rozobratá jedna úloha zo zbierky úloh z matematiky (4) a je názorne popísaný postup riešenia programom pomocou jeho nástrojov. Konkrétne sme zvolili úlohu 5 zo strany 76, kapitola 10:

Je daná kružnica $k(S; 3\text{cm})$ a bod M , $|SM| = 7\text{cm}$. Zostrojte dotyčnice z bodu M ku kružnici k . Vyznačte body dotyku.

Na začiatku sa treba pozrieť, ktoré objekty sú dané. Je to bod S , kružnica k , so stredom v danom bode a polomerom určeným číslom a bod M v danej vzdialenosti od daného bodu. Toto všetko je možné zostrojiť pomocou existujúcich nástrojov *bod* a *kružnica*. Následne je potrebné nájsť bod, v ktorom sa dotyčnica kružnice dotýka. Keďže platí, že dotyčnica je kolmá na polomer kružnice, tak je možné ho nájsť pomocou Tálesovej kružnice. Čiže je potrebné najprv nájsť stred medzi bodmi S a M . Na to sme si už v časti 3.3.2 vyššie vytvorili makro pre stred, teda je vhodné použiť nástroj *makro*. Potom treba zostrojiť Tálesovu kružnicu a bod dotyku je priesečníkom tejto kružnice a kružnice k zo zadania. Keďže priesečníky dvoch kružníc sú spravidla (v našom prípade to tak je) dva body, dostali sme dve riešenia. Na vykreslenie dotyčnice je potrebný nástroj *priamka*. Na obrázku Obr. 5.1 vidíme, kde nájdeme všetky nástroje na bočnej lište, ktoré sú potrebné.



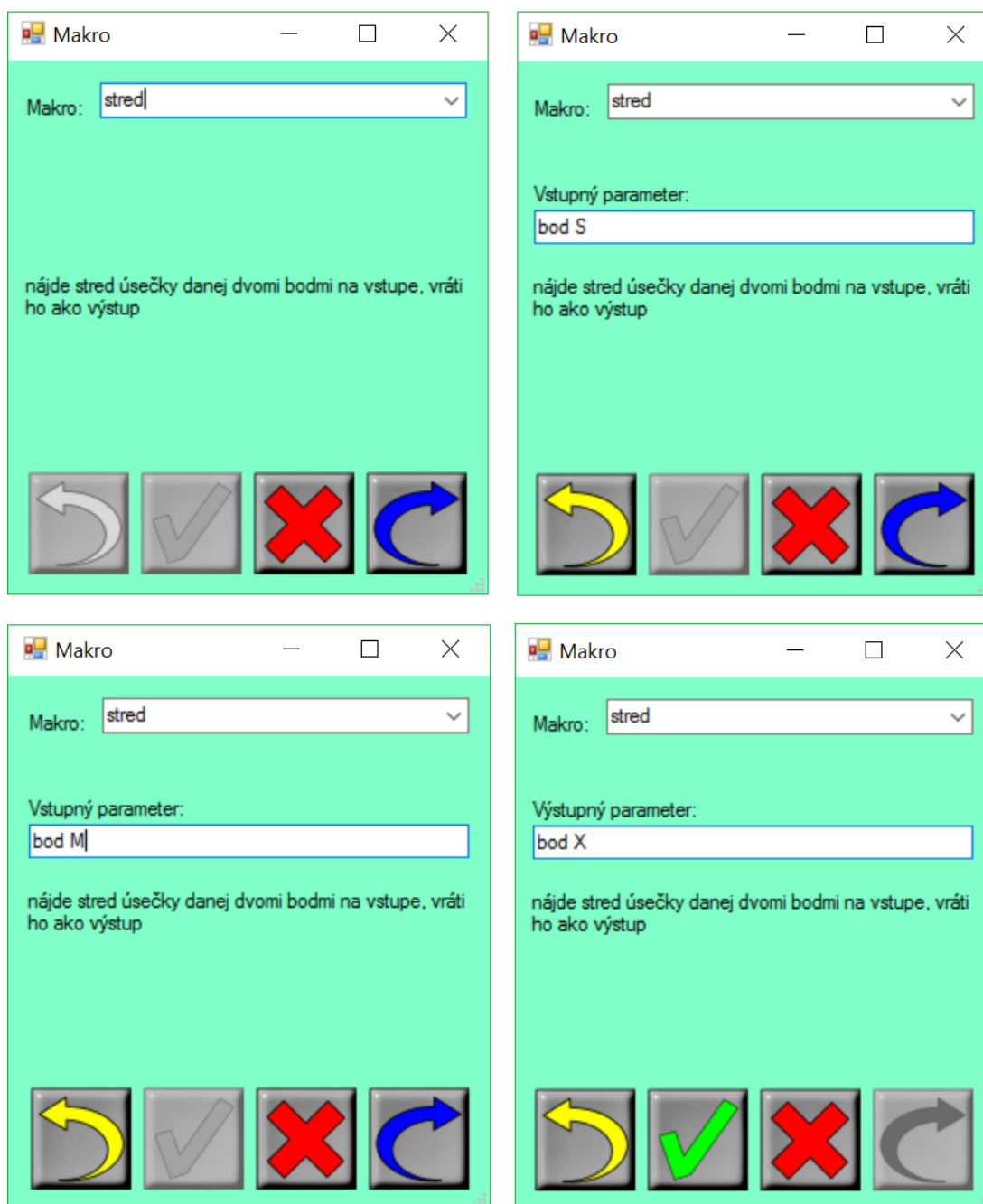
Obr. 5.1: Nástroje potrebné pre konštrukciu

Pre zostrojenie konštrukcie treba najprv zostrojiť bod S , kružnicu k a bod M zo zadania. Ktoré konkrétne záložky je nutné použiť, a ako je potrebné vypísať ich vstupné údaje, je možné vidieť na obrázku Obr. 5.2. Je vidieť, že sme si vybrali vytvorenie náhodného bodu, kružnice danej stredom a polomerom a bodu vo vzdialenosti.

The image shows three overlapping dialog boxes from a software application, likely for geometric construction. The first dialog, titled 'Bod' (Point), has a red background and offers four options: 'Bod vo vzdialenosti' (Point at distance), 'Bod na objekte' (Point on object), 'Bod mimo objektu' (Point outside object), and 'Priesečník dvoch objektov' (Intersection of two objects). The 'Bod na objekte' option is selected. It contains a text input field labeled 'Meno:' with the value 'S' and an 'OK' button at the bottom. The second dialog, titled 'Kružnica' (Circle), has a purple background and offers two options: 'Kružnica daná stredom a bodom' (Circle given center and point) and 'Kružnica daná stredom a polomerom' (Circle given center and radius). The first option is selected. It contains three text input fields: 'Meno:' with 'k', 'Stred:' with 'S', and 'Polomer:' with '3'. It has an 'OK' button at the bottom. The third dialog, also titled 'Bod' (Point), has a red background and offers the same four options as the first. The 'Bod mimo objektu' option is selected. It contains three text input fields: 'Meno:' with 'M', 'Bod:' with 'S', and 'Vzdialenosť od bodu:' with '7'. It has an 'OK' button at the bottom.

Obr. 5.2: Použité nástroje pre zápis vstupných údajov

Následne je možné zostrojiť pomocou makra stred bod X, ktorý bude stredom medzi bodmi S a M. Postupne je zvolený typ makra, napísané mená vstupných bodov, vpísané meno výstupného bodu a potvrdené. Jednotlivé kroky je možné vidieť na obrázku Obr. 5.3.



Obr. 5.3: Kroky makra stred

Následne je zostrojená kružnica daná stredom a bodom, kružnica l so stredom v bode X a prechádzajúca bodom S (prípadne bodom M , sú v rovnakej vzdialenosti od X). Konkrétne použitie nástroja je možné si všimnúť na obrázku Obr. 5.4. Body dotyku, ktoré treba vyznačiť, sú priesečníky kružníc k a l . Je použitý nástroj pre bod, záložka pre priesečník dvoch objektov, ako je možné vidieť na obrázku Obr. 5.5.

Kružnica

Kružnica daná stredom a polomerom

Kružnica daná stredom a bodom

Meno: I

Stred: X

Bod: S

OK

Obr. 5.4: Kružnica (Tálesova) daná stredom a bodom

Bod

Bod vo vzdialenosti

Bod na objekte

Náhodný bod

Bod na súradniciach

Bod mimo objektu

Priesečník dvoch objektov

Meno: T

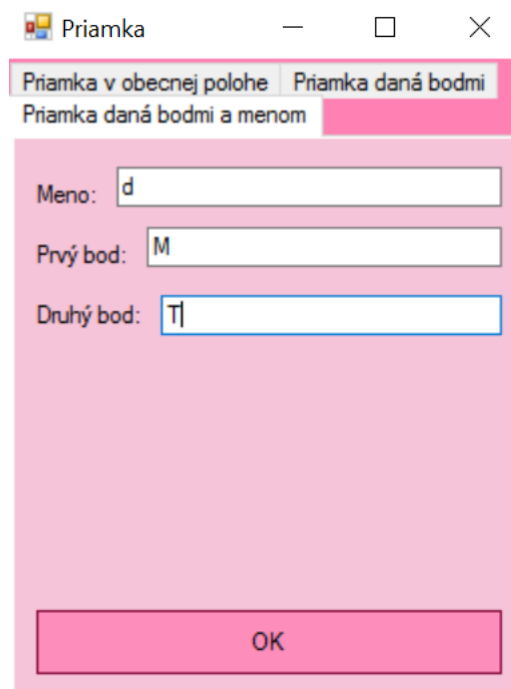
Prvý objekt: k

Druhý objekt: l

OK

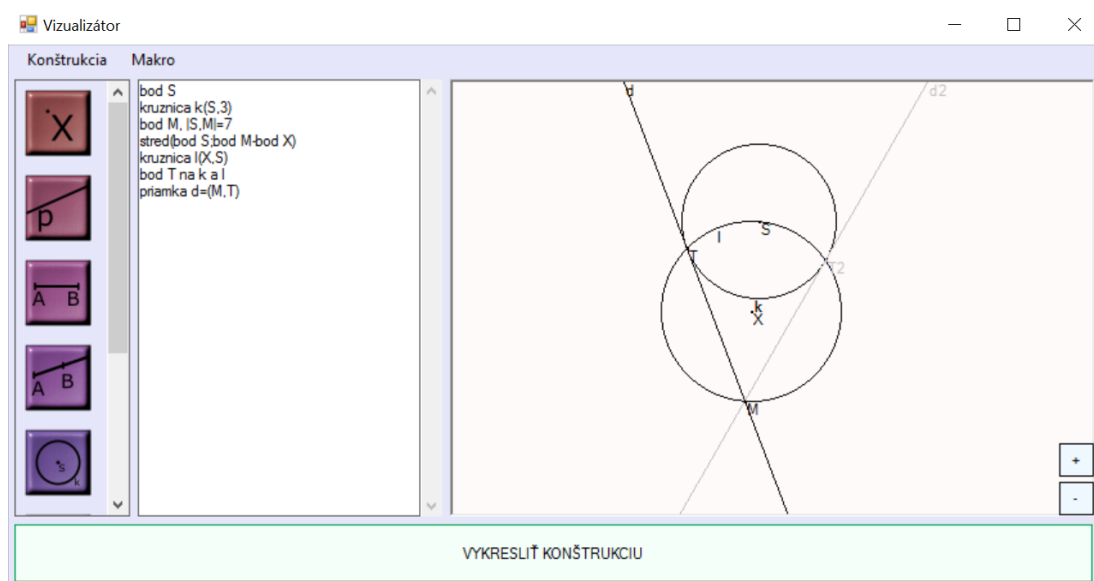
Obr. 5.5: Bod dotyku dotýčnice, priesečník dvoch kružníc

Nakoniec ešte treba zostrojiť samotnú dotýčnicu. Z obrázku Obr. 5.6 je vidno, že je na to možné použiť nástroj pre priamku a záložku pre priamku danú dvomi bodmi a menom. Je možné použiť aj záložku pre novú priamku danú len dvomi bodmi.



Obr. 5.6: Priamka, dotyčnica, daná dvomi bodmi a menom

V prílohe 4 na priloženom CD nájdeme zápis tejto konštrukcie, ktorý sme nástrojmi vygenerovali, s názvom *kapitola5.1_uloha5*. Môžeme si pomocou neho konštrukciu načítať, nechať si vykresliť a naše riešenie vizuálne skontrolovať a pozrieť si. Keďže by konštrukcia mala mať dve riešenia a my chceme vidieť všetky, je vhodné nastaviť vykresľovanie ďalších bodov a objektov v konštrukcii (napríklad šedo). Na obrázku Obr. 5.7 vidíme jeden z príkladov, ako môže výsledná konštrukcia vyzeráť.



Obr. 5.7: Výsledná konštrukcia

5.2 Zápis postupu pomocou jazyka

V tejto časti je na niekoľkých úlohách ukázané, ako zapísať postup v jazyku programu. Keďže sme chceli vybrať jednoduché úlohy, na ktorých je možné ukázať hlavne to, ako funguje program, vyberali sme úlohy zo stránky s príkladmi (5), kde je možné nájsť aj zadania, aj riešenia. Všetky používané makrá, ktoré by mali viesť žiaci vytvoriť aj sami, je možné nájsť v prílohe 4 na priloženom CD.

5.2.1 Zadania

- *Príklad 2:* Zostroj trojuholník ABC , ak je dané: $c = 7,5$ cm, $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$.
- *Príklad 1:* Zostroj trojuholník ABC , ak je dané: $a = 4$ cm, $b = 5$ cm, $c = 6$ cm.
- *Príklad 6:* Zostroj trojuholník ABC , ak je dané: $a = 4,5$ cm, $c = 7$ cm, $\gamma = 90^\circ$.
- *Príklad 7:* Zostroj trojuholník ABC , ak je dané: $c = 8$ cm, $v_c = 4$ cm, $t_c = 7$ cm.

5.2.2 Riešenia

- *Príklad 2:* Riešenie je možné nájsť (a spustiť) z priloženého CD v prílohe 4. Dané sú body A a B , hľadaný je bod C . Postup vyzerá nasledovne:

bod A
bod B, $ A,B =75$
uhol B,A,X, $ B,A,X =45$
uhol A,B,Y, $ A,B,Y =-60$
bod C na $ A,X)$ a $ B,Y)$
usecka $ A,B $
usecka $ B,C $
usecka $ A,C $

Je možné si všimnúť, že veľkosť druhého uhlu sme zapísali ako -60 namiesto 60 . Je to z dôvodu orientácie uhla (aby sa uhly pretli, musia byť orientované navzájom opačnými smermi. Úloha má jedno riešenie.

- *Príklad 1:* Riešenie je možné nájsť (a spustiť) z priloženého CD v prílohe 4. Dané sú body A a B , hľadaný je bod C . Postup vyzerá nasledovne:

bod A
 bod B, $|A,B|=60$
 kruznica $k(A,50)$
 kruznica $l(B,40)$
 bod C na k a l
 usecka $|A,B|$
 usecka $|B,C|$
 usecka $|A,C|$

Úloha má dve riešenia.

- *Príklad 6:* Riešenie je možné nájsť (a spustiť) z priloženého CD v prílohe 4. Dané sú body A a B , hľadaný je bod C . Je použité makro *stred*, ktoré sme už vytvorili v časti 3.3.2 vyššie. Postup vyzerá nasledovne:

bod A
 bod B, $|A,B|=70$
 stred(bod A;bod B-bod S)
 kruznica $k(S;A)$
 kruznica $l(B;45)$
 bod C na k a l
 usecka $|A,B|$
 usecka $|B,C|$
 usecka $|A,C|$

Úloha má dve riešenia.

- *Príklad 7:* Riešenie je možné nájsť (a spustiť) z priloženého CD v prílohe 4. Dané sú body A a B , hľadaný je bod C . Je použité makro *stred* a makro *rovnobežky* pre zostrojenie rovnobežiek s danou priamkou s danou vzdialenosťou od priamky, ktoré by mal žiak vedieť vytvoriť, a ktoré je možné nájsť v tom isto priechniku na priloženom CD. vyzerá nasledovne:

bod A
 bod B, $|A,B|=80$
 priamka (A,B)
 usecka vc, $vc=40$
 rovnobežky(priamka (A,B);usecka vc-priamka p1;priamka p2)
 stred(bod A;bod B-bod S)

kružnica $k(S, 70)$

bod C_1 na p_1 a k

bod C_2 na p_2 a k

usečka $|A, B|$

usečka $|A, C_1|$

usečka $|A, C_2|$

usečka $|B, C_1|$

usečka $|B, C_2|$

Úloha má 4 riešenia.

5.3 Úlohy

V tejto podkapitole sú vybrané príklady zo zbierky (4) (kapitola 10), kde je možné nájsť ďalšie úlohy na precvičenie, pomocou ktorých je možné vyskúšať fungovanie programu a precvičovať si príklady z konštrukčnej geometrie. Úlohy sú vhodné najmä pre žiakov stredných škôl, pre žiakov základných škôl je lepšie siahnuť po učebnici pre nich určenej z dôvodu vyššej náročnosti týchto príkladov, napríklad (6).

1 b) Úsečka AB má dĺžku 6 cm. Narysujte množinu bodov v rovine ρ $M = \{X \in \rho : |AX| \leq 4 \text{ cm} \ \& \ |BX| \leq 4 \text{ cm}\}$.

6 Je daná kružnica $k(S; 4\text{cm})$ a bod M , $|SM| = 8 \text{ cm}$. Bodom M ved'te všetky priamky p tak, aby dĺžka tetivy, ktorú priamka p vytína na kružnici k , bola 5 cm.

9 Sú dané dve rovnobežné priamky, p_1, p_2 , $|p_1 p_2| = 4 \text{ cm}$ a bod M , pre ktorý platí $|Mp_1| = 1 \text{ cm}$. Zostrojte všetky kružnice, ktoré sa dotýkajú daných priamok p_1, p_2 a prechádzajú bodom M .

14 a) Je daná úsečka BS_1 , $|BS_1| = 6 \text{ cm}$. Zostrojte všetky trojuholníky ABC , pre ktoré je úsečka BS_1 ťažnicou t_b a pre ktoré ďalej platí $\alpha = 45^\circ$, $b = 5 \text{ cm}$.

45 Kružnice $k_1(O_1; 4 \text{ cm})$, $k_2(O_2; 2,5 \text{ cm})$, $|O_1 O_2| = 3 \text{ cm}$ sa pretínajú v dvoch bodoch. Označte T jeden z týchto priesečníkov. Zostrojte všetky rovnostranné trojuholníky ABC tak, aby platilo $A \in k_1$, $B \in k_2$ a bod T bol ťažiskom trojuholníka ABC .

65 Je daná kružnica $k(O; 2,5 \text{ cm})$ a priamka p , $|Op| = 4 \text{ cm}$. Na priamke p je daný bod T tak, že $|OT| = 4,5 \text{ cm}$. Zostrojte všetky kružnice, ktoré sa dotýkajú kružnice k a priamky p v bode T .

71 Kružnice $k_1(O_1; 4 \text{ cm})$, $k_2(O_2; 2,5 \text{ cm})$, $|O_1 O_2| = 3 \text{ cm}$ sa pretínajú v dvoch bodoch. Označte M jeden z týchto priesečníkov. Zostrojte všetky úsečky XY , ktoré

prechádzajú bodom M a pre ktoré ďalej platí, že $X \in k_1, Y \in k_2$ a bod M delí úsečku XY v pomere $2 : 1$.

6 Programátorská dokumentácia

V tejto kapitole sú stručne popísané triedy a riešenie programu. Táto kapitola si nekladie za cieľ podrobný popis implementácie programu, keďže automaticky vygenerovanú dokumentáciu so všetkými okomentovanými triedami a procedúrami je možné nájsť na priloženom CD, v prílohe 1. Je tam možné nájsť aj zdrojové kódy, konkrétne ide o prílohu 2.

Program bol písaný v programovacom jazyku C#, v platforme Windows Forms. Pre tento jazyk s touto platformou sme sa rozhodli, pretože má dobré a jednoduché spracovanie grafického užívateľského rozhrania, ako aj nenáročné spracovanie grafického zobrazovania objektov v konštrukčných úlohách. Jazyk C# je objektový, čo sa nám hodí najmä pre prácu s triedami pre geometrické objekty. Ďalej programy v ňom vytvorené sú ľahko prenositeľné medzi počítačmi s operačným systémom Windows, na ktorý sme aplikáciu cielili. Na ich fungovanie netreba inštalovať nič naviac, čo by nebolo implicitnou súčasťou operačného systému, takže program je ľahko spustiteľný na školských počítačoch, na ktorých majú žiaci často obmedzené práva.

Základom je trieda *Visualizer*, ktorá obsahuje úvodnú obrazovku, kontroluje, vyhodnocuje a spracúva všetky akcie na tejto obrazovke. Spracúva prácu s menu, vykresľuje alebo vypisuje konštrukcie a sú z nej volané formuláre pre tlačidlá pre nové objekty. Tiež spracúva celý proces ukladania nového makra a zabezpečuje vypisovanie zoznamu makier.

Z tejto triedy sú spúšťané triedy *FormForPoint*, *FormForLine*, *FormForCircle*, *FormForAngle* a *FormForMacros*, ktoré slúžia na zapisovanie postupu pomocou grafického užívateľského rozhrania. Majú jednotnú formu a ich úlohou je len spracovať príkazy, ktoré užívateľ zadal cez rozhranie, do textového výstupu, ktorý je následne vpísaný do textového poľa v triede *Visualizer*.

Ďalej implementácia obsahuje triedu *GeometricObject*, z ktorej dedia triedy slúžiace na reprezentáciu základných objektov, a to konkrétne:

- *Point* – slúži na reprezentáciu a vytvorenie nového bodu, je ukladateľ pomocou súradníc a mena,
- *Line* – slúži na reprezentáciu a vytvorenie novej priamky ukladanej pomocou dvoch bodov, ktoré ju určujú, a mena,

- *LineSegment* – podobne ako *Line* slúži na reprezentáciu a vytvorenie novej úsečky, respektíve polpriamky, a je ukladaná pomocou dvoch bodov, mena a informácie o tom, či sa jedná o úsečku alebo polpriamku,
- *Circle* – je určená na reprezentáciu a vytvorenie kružnice alebo kružnicového oblúku, kde si ukladá stred ako bod, polomer ako číslo a to, či ide o kružnicu alebo len jej časť,
- *Angle* – reprezentuje a vytvára nový uhol, ten je uložený pomocou troch bodov, dvoch polpriamok a jeho veľkosti.

Vďaka týmto triedam dokáže program správne vykresliť a skontrolovať konštrukciu. Na nich ešte nadväzuje trieda *Macros*, ktorá spracúva volania makier v postupe konštrukcie. Kontroluje zápis makra a v prípade jeho správnosti vykonáva všetky jeho kroky, postupne volá triedy a procedúry pre prácu z týmito základnými nástrojmi. Rovnako trieda *Reader* postupne načítava kroky v postupe konštrukcie a vykonáva všetky jeho kroky, ale len pre základné nástroje, pretože triede *Macros* prenecháva celé ovládanie krokov makra, keď na nejaké natrafí.

Nakoniec tu je trieda *Drawing*, ktorá má za úlohu vykresľovať všetky typy objektov – bod, priamku, polpriamku, úsečku, kružnicu, kružnicový oblúk a uhol. Jej metódy sa volajú pri vytváraní nových objektov podľa postupu konštrukcie, pri prekresľovaní celej nákresne pri zmene veľkosti okna či približovaní, vzdďalovaní alebo posúvaní nákresne. V tejto triede metódy rozlišujú spôsob vykresľovania rôznych objektov – druhých objektov v konštrukcii alebo pomocných objektov z makier podľa názvov daných objektov.

Záver

Program implementuje nástroje pre editáciu a vizualizáciu konštrukčných úloh. Pracuje s vlastným skriptovacím jazykom, pomocou ktorého môže užívateľ zapísať postup konštrukcie. Program obsahuje nástroje pre prácu s bodom, priamkou, polpriamkou, úsečkou, kružnicou, kružnicovým oblúkom, uhlom, a napríklad môže užívateľ tiež vytvárať aj nové nástroje pomocou už zavedených. Aplikácia dokáže riešenie vizualizovať, nielen naraz, ale aj po krokoch. Aplikácia rieši problémy s viacnásobnými riešeniami úloh.

Medzi možné rozšírenia patrí možnosť vybrať si z viacerých jazykov aplikácie, aby mohla byť aplikácia využívaná aj v iných krajinách. Tiež by bolo dobré pridať nástroj na pridávanie nového jazyka užívateľom, aby sa program mohol šíriť rýchlejšie. Ďalším možným rozšírením je možnosť prepínať medzi jednotkami na zadávanie uhla (stupne a radiány), teda aj pridať možnosť zadávať uhol v radiánoch. Navyše by mohlo byť možné meniť aj jednotky, v ktorých sú zadávané rozmery, teraz sú to vždy implicitne milimetre (napríklad na centimetre). Nakoniec by sa mohol dať uložiť nielen postup konštrukcie, ale aj samotný nákres ako obrázok.

Zoznam použitej literatúry

1. doc. RNDr. Zbyněk Kubáček, PhD. *Matematika pre 3. ročník gymnázia a 7. ročník gymnázia s osemročným štúdiom (2. časť)*. Bratislava : Slovenské pedagogické nakladateľstvo - Mladé letá, 2013. ISBN 978-80-10-02289-2.
2. Štátny pedagogický ústav. Cieľové požiadavky na vedomosti a zručnosti maturantov z matematiky. [Online] 2009. <https://cdn.matura.sk/info/matematika.pdf>.
3. Geogebra. [Online] <https://www.geogebra.org/>.
4. Petáková, Jindra. *Matematika – příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. Praha : Prometheus, 2003. ISBN 80-7196-099-3.
5. Příklady. [Online] <http://www.priklady.com/sk/index.php/planimetria/konstruckne-ulohy>.
6. Ištoková, Anna. *Riešené testy z matematiky - Monitor 9*. Bratislava : Slovenské pedagogické nakladateľstvo - Mladé letá, 2007. ISBN 978-80-10-01127-8.
7. Olejár, RNDr. Marián. *Geometria/Zbierka testov na SŠ*. s.l. : Young Scientist, 2010. ISBN 80-966946-5-0.

Zoznam obrázkov

Obr. 2.1: Nástroje programu GeoGebra	8
Obr. 2.2: Postup konštrukcie v GeoGebre	10
Obr. 2.3: Vytváranie nového objektu v GeoGebre	10
Obr. 3.1: Úvodná obrazovka	12
Obr. 3.2: Menu	12
Obr. 3.3: Tlačidlo pre postupné vypisovanie konštrukcie	13
Obr. 3.4: Tlačidlo pre postupné vykresľovanie konštrukcie	13
Obr. 3.5: Ďalšie body šedé	14
Obr. 3.6: Menu pre makro	14
Obr. 3.7: Zoznam makier	15
Obr. 3.8: Názov makra	16
Obr. 3.9: Vstupné parametre makra	16
Obr. 3.10: Príkazy makra	17
Obr. 3.11: Výstupné parametre makra	17
Obr. 3.12: Popis makra	18
Obr. 3.13: Formulár pre nový bod	19
Obr. 3.14: Formulár pre novú priamku	19
Obr. 3.15: Formulár pre novú úsečku	20
Obr. 3.16: Formulár pre novú polpriamku	20
Obr. 3.17: Formulár pre novú kružnicu	21
Obr. 3.18: Formulár pre nový kružnicový oblúk	21
Obr. 3.19: Formulár pre nový uhol	22
Obr. 3.20: Nový príkaz používajúci makro	23
Obr. 3.21: Nákresňa	24
Obr. 3.22: Tá istá konštrukcia inak vyzerajúca v nákresni	24
Obr. 3.23: Zmena nápisu a funkcionality tlačidla hlavného okna podľa nastavení a poslednej akcie	25
Obr. 5.1: Nástroje potrebné pre konštrukciu	38
Obr. 5.2: Použité nástroje pre zápis vstupných údajov	39
Obr. 5.3: Kroky makra stred	40
Obr. 5.4: Kružnica (Tálesova) daná stredom a bodom	41
Obr. 5.5: Bod dotyku dotýčnice, priesečník dvoch kružníc	41

Obr. 5.6: Priamka, dotyčnica, daná dvomi bodmi a menom	42
Obr. 5.7: Výsledná konštrukcia	42

Prílohy

Obsah priloženého CD je nasledovný:

1. Dokumentácia – automaticky vygenerovaná programátorská dokumentácia sa nachádza v priečinku *documentation*.
2. Zdrojové kódy – zdrojové kódy k programu sú v priečinku *vizualizacia*.
3. Skompilovaný program spolu s potrebnými súbormi na jeho beh sa nachádzajú v priečinku *vizualizator*.
4. Príklady makier a konštrukcií spomenutých v práci je možné nájsť v priečinku *priklady*.